

# 地理学与模糊数学

李 钜 章

(中国科学院地理研究所)

电子计算机的出现,开始了一个人类智力增强和延长的新纪元。这对地理学来说,可能有着特别的意义。因为至少:(1)现代最显著的信息泛滥是卫星资料,而这些资料大部分首先是地理信息。地理学者仅靠人脑已经不能充分运用这些已有的而且还在不断大量涌来的信息,运用电子计算机研究地学问题已是摆在地理学工作者面前的课题。(2)地理学是一门综合性的基础学科;一个地理学家应当具有广博的知识,然而人的精力总是有限的;在科学突飞猛进、分工越来越细的今天,一个人要掌握各门学科的最新成果已是越来越不可能了。同时借助计算机可以各有关专业知识组成信息库并不断更新,以弥补人的精力不足的缺陷,可以收到博采众长的效果。(3)自然界诸多因素之间是互相影响、互相制约的,因而造成了地学问题的复杂性和多元性;这就增加了使用计算机的必要性。

但是,地理学要运用计算机又存在着不利因素。当前地学的概念和问题大多数还缺乏数学的表达形式。这除了地学问题的多元性、复杂性外;是由于传统数学的局限性——只能描述分明概念、解决分明逻辑问题。目前不少地学问题的解决方法还仅凭经验,甚至还没有系统化、条理化。这里当然有一个学科发展和研究程度的问题;但现在在地理学研究中提出加快把已有的知识和经验系统化、条理化,由定性走向定量以及选取特征参数元(如描述各现象、概念的变量等)、收集有关参数数据(如各种状态的临界值、平均值等)……等任务显然是应该的、必要的,也是迫切的。这不仅是地理学运用计算机所必需,而且也是多快好省地解决生产实践中提出的大量地学问题的需要。这些任务的完成对地理学的发展将有巨大意义,而要完成这些任务,模糊数学则是一种新的、有效的、在一定的程度上甚至是不可缺少的工具。

我们使用的概念,按它们的外延是否分明确切可以分为两类:外延分明确切的可以称为分明概念;外延不分明确切的可称为模糊概念。例如:“高大的茂密的常绿树”中,“常绿树”是个分明概念,而“高大的”、“茂密的”则是模糊概念。在模糊概念中有些象“高大的(树)”这样的概念可以勉强抽象为“十五米以上的(树)”这样的分明概念,然后再作数学处理,但另一些模糊概念,如象“茂密的(树)”就很难抽象为分明概念;也就很难运用传统数学。地理学中包含着大量的模糊概念;这也是地理学至今很少应用数学的重要原因之一。

随着电子计算机的发展,诞生了一个新的数学分支——模糊数学<sup>[1]</sup>。目前,它虽然在理论上还不很完善;但在实际应用中却已解决了大量问题。它把是否属于某个概念由仅取“0”(非)和“1”(是)两种状态改为取0到1之间的所有实数;这些数值的大小反映隶属于

这个概念的程度，称为隶属度。这样，在论域中的每个实体对这个论域中的每个概念都各有隶属度；除了“是”和“非”外还有其它情况，因而能够表示模糊概念。对一些概念我们能够给出一个描述隶属度分布的函数，这种函数称之为隶属函数，这也就是该概念的数学定义。例如“高大的（树）”这个模糊概念我们可以给出如下的隶属函数：

$$\mu_{\text{高大}} = \begin{cases} 1 & h \geq 20 \\ (h-10)/10 & 20 > h > 10 \\ 0 & h \leq 10 \end{cases}$$

式中 $h$ 是以米为单位的树高。而“15米以上的（树）”这个分明概念，我们也可以给出它的隶属函数：

$$\mu_{\text{15米以上}} = \begin{cases} 1 & h \geq 15 \\ 0 & h < 15 \end{cases}$$

另一些概念，由于它们的属性尚不能（或不易）测量（如“茂密的（树）”），因而也无法（或很难）给出隶属函数。对此我们可以采用判定隶属度的方法，即由人直接对每个实体给出隶属度。

模糊数学扩大了数学的适用范围。如果说过去人们应用数学时，都只能是对实际问题进行抽象概括，使之符合传统数学的要求；如象把“高大的（树）”抽象概括为“15米以上的（树）”那样；即让实际问题向数学靠拢。那么模糊数学就可以说是数学向实际问题靠拢。正因为如此，所以模糊数学在实际应用中有很强的生命力。在具有大量模糊概念和模糊逻辑的地理学中，模糊数学应大有用武之地。

## 一、定义概念

目前地理学中有不少概念缺乏统一而明确的定义，不同的工作者对同一个概念会有不同的理解，因而妨碍了学术交流。譬如，“山地”、“丘陵”、“平原”等地理学中常用的概念，就缺乏统一而明确的定义。运用模糊数学方法就可以选取适当的参数，按照它们的含义给出它们的隶属函数<sup>[2]</sup>；也就是给出它们的数学定义。这就有可能避免因不同工作者理解上的差异所造成的误解。当然对有关的概念给出数学定义，显然是运用计算机解决问题的前提。

## 二、综合评价

对于全部评价因素都能测定、给出定量描述的问题，人们能够运用传统数学方法进行综合评价。但地理学的综合评价常常包含有不能（或不易）测定的因素或不易给出确切的评价函数，因而需要运用模糊数学方法<sup>[3]</sup>。譬如土地利用综合评价，要从农、林、牧等不同角度，按地貌、土壤、水利、气候等多因素进行评价。诸如“气候温和适于农作”这样较简单的评价也很难取诸如年平均温度、年变幅……等可测参数用传统数学方法来表达，甚至更单一的如“气温适中”“变幅较小”等等都是模糊概念，而实际上目前人们进行综合评价时，

运用的正是这类概念,最后得到的也是“好”“宜”“一般”“不宜”“不好”等定性评价。运用模糊数学方法首先对这些概念给出定量描述,进而可以得到定量的综合评价。这特别有利于减小以至避免在多角度、多因素综合评价中单靠人脑进行综合评价时不可避免的主观性、片面性。这样把原有的经验系统化、条理化,显然较之用传统数学方法自然和容易。

### 三、分类与分区

1) 有目的分类(区) 把若干实体划归已知的类(区)。方法之一是找出反映属性的可测参数,并给出各已知类(区)的隶属函数,这样对每个实体就能根据所测得的参数值算出对各类(区)的隶属度,按最大隶属度原则就可以划归唯一确定的类(区)<sup>[4]</sup>。当有些属性不易(或不能)测量时,只要对每个实体都给出对各类(区)的隶属度,就仍可用最大隶属度原则进行分类(区)。方法之二是根据模糊集合的贴近度,按接近原则进行分类(区)。也就是先给出已知各类(区)和每个实体在属性上的模糊集合,然后对每个实体分别算出与各类(区)之间的贴近度,最后按接近原则划归确定的类(区)<sup>[5]</sup>。这种方法适用于那些属性对每个实体都不是一个简单数值,而是具有一定变幅的情况。

2) 自然聚类 在给出每个实体在属性上的模糊集合的基础上,算出各实体的模糊集合之间的贴近度,就可以建立各实体间的模糊关系,也可以用其它方法(诸如评分法,多元分析中各种相似系数法等等)直接建立模糊关系。然后运用模糊聚类<sup>[6]</sup>或模糊图论<sup>[7]</sup>就可以得到若干个不同水平的聚类方案,最后根据需要选定一个水平,把实体划分为若干类。

### 四、成因分析

地学问题是多元的、复杂的。地学问题中的因果关系大多也不是简单的,所谓成因分析大多是主要成因类型分析。成因分析的主要依据乃是事物现在所具有的属性,而可能造成某一属性的成因往往不是一种,且各种成因造成各种属性的可能又有大有小,或者说一种成因产生事物各种属性的可能性在其论域中的分布常常不是分明集合而是模糊集合。一般而言,在组成所有属性的各因素的论域上,可以给出各种成因的可能性分布曲线(这些曲线常常是互相交错的);即使一时给不出这种分布曲线的函数,也总可以给出可能性评判。这样就能够应用模糊数学进行可能性分析,获得各种成因的可能性大小的定量性描述。如果给出了可能性分布曲线函数,并输入计算机地理信息库中,那么只要把有关的参数输入计算机就可以得到各种成因的可能性。只要随时把有关方面的最新成果输入计算机,对有关的可能性分析曲线函数进行修改,这种成因分析就能做到博采众长。而且还可能通过不断的分析积累经验对可能性分布曲线函数和整个可能性分析(诸如各因素的权数等)进行不断的修改。

### 五、古(气候)环境分析

以古(气候)环境分析的手段之一——孢粉分析为例。在沉积层中取样分析鉴定确定所

含的孢子花粉的组合，根据产生它们的植物群落的生态特点（即这些植物所适应的、可能生长的环境）来推断当时的环境。显然，各种植物对不同环境是否适应、能否生长不是截然的。所以，对它们的阐述应该采用模糊数学。任一个分析者都很难对所有植物的生态特性都有深入的了解，更因为每个孢粉组合所含的植物种（属）可能很多，分析者不易全面地考虑到每个种（属），所以分析中很容易产生片面性、主观性，不同的分析者会得出不同的结论，而且由于整个分析过程是在头脑中进行的，所以也不易发现产生分歧的主要原因。采用模糊数学方法模仿分析者的思维，可以给出一个可能性分析程序，而各种（属）植物的生态特性——在各种环境里生长的可能性，可以事先由专家或共同评议来判定。这样就可以由计算机给出一个博采众长、较全面、较客观的分析结果，也便于对分析方法的讨论和研究。运用这种方法还有助于分辨由两种或两种以上的生态环境产生，最后沉在一处的孢粉组合。如果把有关的信息和程序都存入地理信息库中，那就可以根据最新的研究成果以及通过不断分析积累的经验对有关信息和程序不断改进、不断完善。

## 六、遥感信息的自动判读

目前的机器自动分类大多都是一幅一幅进行的。各幅之间互不联系，每幅都从头做起。这是自动判读能力（水平）迟迟不能提高的原因之一。目视判读则不同，它的经验是不断地积累的；判读员判读的次数越多、接触的情况越多，经验就越丰富，判读的水平也就越高。这里的原因很多，但其中一个重要原因是目视判读的大多数依据是模糊概念和模糊逻辑。例如对地球资源卫星常规假彩色象片作目视判读时“红色”一般视为植被，这里“红色”是个模糊概念，“一般是植被”是个模糊逻辑；这个规则是普遍性的，对各幅都适用。如果运用模糊数学方法对这类规则加以系统化、条理化、数量化，并模仿判读员的思维方法给出相应的程序，就可能得到一种新的自动判读体系。它不但可以运用已有的规则进行判读，而且还可能通过不断的判读积累经验，修正已有的规则，甚至归纳出新的规则，使得每幅判读不再是孤立的，都要从头做起。当然要真正建立这样的系统还有不少困难，还需要做大量的工作。

## 七、概化分析

概化是地理学常常需要采用的一种方法。因为地理学中不少问题取决于总体平均情况，而不是取决于个体特殊情况。例如持续一段时间的高（低）温对生物的影响，远大于短暂的绝对最高（低）温；又如地面辐射、不同物体有很大区别，各种物体有不同的大小，各有自己的地理分布，而影响气候的是总体的地面辐射，所以常常需要研究辐射的总体平均分布；还有，在分析剥夷面分布的高度时，需要的是在各高度附近出现的山峰、山脊、肩坡的频率……等。就是最常用的地形图、常用的概念“坡度”也是对概化的地表的描述，而不是具体地表面的描述。对这类问题，采用模糊分级统计法<sup>[8]</sup>将不难得到较好的、较精确的结果。

以上列举的七个方面，仅仅是引子，是为了说明问题举出的例子。实际上模糊数学在地

理学上的应用远不止于此。例如运用模糊集合的贴适度可以进行物质来源的可能性分析,以及杂交亲本识别〔9〕等等。至于将来的发展,那一定会更加广泛。

总之,电子计算技术的发展和随之发展起来的模糊数学为地理学研究提供了一个新途径。它很可能为地理学研究开创一个新局面。而且只靠少数人了解它、掌握它是不够的。因为要真正在地理学研究中应用电子计算机,并对地理学研究起到促进、推动作用,有着大量的工作,诸如总结归纳已有的知识和经验使之系统化、规范化;选取最有意义的参数元;收集有关的资料,确定关键性的数值;对一些基本概念给出恰当的定义等等。这些工作不但工作量大,而且必须由具有专门的地理学知识有经验的地理学工作者来承担。显然这些工作不单是应用电子计算机所必须的,而且对地理学的研究和教学都大有裨益。运用模糊数学,从定性走向定量还有助于加强研究工作的严谨性,有利于改变地理学研究中逻辑不够严谨的现状,避免或减少那种似是而未必然的推理。因此,只要我们认准方向、加强协作、共同努力,我们就一定能够在开创地理学研究的新局面中,在这方面做出我们的贡献。

### 参 考 文 献

- 〔1〕 汪培庄:模糊数学简介,数学的实践与认识,2、3期,1980年。
- 〔2〕 李钜章:中国地貌形态基本类型数量指标初探,地理学报,37卷1期,1982年。
- 〔3〕 付宁、贺仲雄:综合评判法在农业经济中的应用,模糊数学,4期,1982年。
- 〔4〕 洪恒令、尚林阁、梅忠武:模糊(Fuzzy)统计识别及在石油测井解释中的应用长春地质学院建院三十周年论文集。
- 〔5〕 彭祖赠:模糊数学在岩石分类中的应用,乏晰数学论文汇编(摘要)华中工学院,1980年。
- 〔6〕 刘恩宝:模糊数学在河流分类上的应用,水文,5期,1981年。
- 〔7〕 吴望名:弗晰图和弗晰树,数学的实践与认识,4期,1980年。
- 〔8〕 李钜章:Fuzzy分级统计,模糊数学,4期,1980年。
- 〔9〕 刘来福:模糊数学在小麦亲本识别上的应用,北京师范大学学报,自然科学版,3期,1949年。

# GEOGRAPHY AND FUZZY MATHEMATICS

Li Juzhang

(Institute of Geography, Academia Sinica)

## Abstract

Geography is a branch of comprehensive basic science. In geoscience the problems are so complex and multivariable that we need wide knowledge and a wealth of data to study them from many sides and various angles. So it is necessary to have an aid of a computer in the research. But at the same time it also makes a lot of problems uncertain and difficult to be solved by traditional mathematics.

Fuzzy mathematics is a new branch of mathematics, which is a useful means to resolve the uncertain issues, like a bridge leading from qualitative to quantitative way. Obviously, since geography has a great number of fuzzy concepts and fuzzy logics, so fuzzy mathematics will be useful in the near future at least in concept-definition, synthetical evaluation, classification and regionalization, genetic analysis, paleo-environmental analysis, remote sensing, informational interpretation as well as in macroscopic analysis.