

冲积河流的河相关系

周 志 德

(水利水电科学研究院)

提 要

根据河流床沙的运动情况,将天然河流区分为三种类型,并分析其沿程河相关系。

河相关系是河床演变学的重要问题之一,多年来积累了许多天然河流及室内试验的资料,建立了不少经验公式。本世纪六十年代开始在河相关系的理论方面进行探索,取得了一定的进展。

河相关系现有成果的绝大部分是针对平原冲积河流得出的。这类河流的床沙是较细的泥沙,输沙以悬移质为主。对冲积河流中以推移质为输沙主体的河流的河相关系研究很少。

另外,在渠道设计中存在着两个学派。一个是1929年由拉塞(G. Lacey)提出的均衡理论,它是根据印度及巴基斯坦渠道的观测成果得出的动床渠道的经验关系式。沿着这一途径进行研究的主要是英联邦成员国的科学工作者;另一个学派是五十年代初期由莱恩(E.W. Lane)提出的起动平衡理论,它是根据渠道断面上每点的拖曳力都等于起动拖曳力而得出的,即渠床处于静止状态。亨德森(F.M. Henderson)根据舍尔兹的起动拖曳力及摩阻雷诺数等于400,确定了起动平衡理论的适用范围是粒径大于6.35毫米的粗颗粒^[1]。

在天然河流中,凯勒霍尔(R. Kellerhals)^[2]及李汝明等^[3]曾根据起动平衡理论研究卵石河流的河相关系,得出了一定的成果。

本文进行了两方面的研究,即卵石河流与河相关系有关的某些特性和冲积河流的河相关系。

一、砂砾石、卵石河流的输沙特性

处于平衡或准平衡状态的平原冲积河流应恰能输送来自上游流域的水量及沙量。拉塞均衡理论所描述的就是这种状态。采用河段的悬移质输沙平衡条件(即河段的床沙质来沙量等于河段的挟沙能力)作为分析此类河流河相关系的一个重要依据无疑是正确的。

砂砾石、卵石河流的床沙组成与输沙情况不同于平原冲积河流,输沙的绝大部分是与床沙无关的冲泻质,而在一般水流条件下,床沙处于静止状态。由表1可以看出这种情况。为了更好地了解这类河流床沙的运动状态,在图1中点绘了平滩水深下的床沙起动流速 V_c 与平滩流速 V_b 之比和床沙粒径的关系(V_c/V_b 可以反映床沙的活动状态)。由图1可以看出,

表 1 一些河流的起动流量
Tab.1 Threshold discharges of some rivers

河 名	站 名	床 沙 粒 径 d_{50} (毫米)	起 动 流 量* Q_c (秒立米)	多年平均流量 Q_m (秒立米)	Q_c/Q	大于和等于** Q_c 的频率 (%)
嘉陵江	武 胜	39	3100	926	3.35	5.2
梓潼河	天仙寺	40	920	65	14.2	1.1
涪 江	太和镇	76	6000	480	12.5	0.60
鱼子溪	渔子溪	310	350	73	4.80	0.28
西 河	建 设	25	310	34	9.10	1.9
流沙河	流沙河	96	105	23	4.57	2.5
青衣江	董 河	100	2200	510	4.31	2.1
平 均						1.95

* 根据沙莫夫起动流速公式计算。
** 据日平均流量计算的频率。

在通常概念的造床流量（详后）作用下，卵石河段（采用美国地理学联合会泥沙专门名词委员会的标准，粒径64—256毫米为卵石，粒径2—64毫米为砂砾石，粒径小于2毫米为沙、粉沙及粘土^[4]）的 $V_c/V_b \geq 1$ ，表明在这级流量作用下，床沙尚未达到或接近起动状态（这也说明平滩流量并不是这种河床真正的造床流量）；小于卵石的颗粒， $V_c/V_b < 1$ ，表明在平滩流量作用下，床沙颗粒处于活动状态。图中没有1—10毫米颗粒的资料。许多研究者指出，天然河流中床沙粒径为2—4毫米的河段比较少见^[2]。

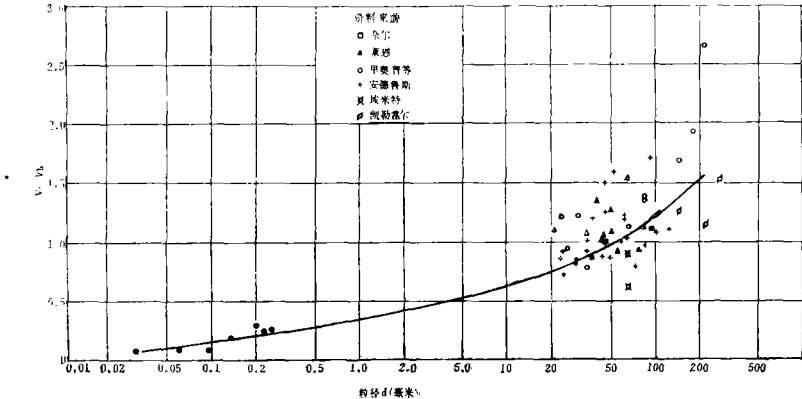


图 1 泥沙粒径与 $\frac{\text{起动流速}}{\text{平滩流速}}$ 的关系

Fig 1. Relation between sediment diameter and the ratio of threshold velocity and bankful velocity

根据上述情况，按照床沙的运动状态，可以将天然河流按粒径划分为两种类型：以起动

状态为特征的卵石河段及活动河床的河段；后者又可划分为两个亚类：以推移质运动为主的砂砾石河段及以悬移质运动为主的砂质粉砂质河段。

渠道设计中两种学派所确定的两种渠床的泥沙运动状态与天然河流的两种情况是一致的，只不过划分两种状态的分界粒径不同。亨德森计算的分界粒径要小得多。莱恩根据起动平衡理论设计的一些渠道，其粒径范围为20—82毫米，远大于亨德森所建议的分界值，与天然河流的分界粒径比较接近。可以认为，渠道设计中的两种学派并不是两种不能并存的理论，而是根据天然河流实际存在的两种状态提出的、适用于不同粒径范围的两种理论。

关于造床流量，已有许多研究成果。目前公认的意见是，对于平原冲积河流，可以用平滩流量作为造床流量。安德鲁斯计算了一些以推移质运动为主的河流的造床流量，与平滩流量相比，确认二者是相等的〔5〕。

从前面的分析可以认为，现有的造床流量的概念不适用于处于起动平衡状态的河流，因为造床流量是根据输沙强度确定的。对于起动平衡的河流，可以采用起动流量或莱恩建议的最大洪水流量作为特征流量。

表1中起动流量的频率变化范围为0.28—5.2%，平均值为1.95%。在表2中列出造床流量（平滩流量）频率的一些成果。从表1及表2可以着出：1，造床流量的频率范围及平均值对于不同的河流是不一致的；2，造床流量的频率范围可大致确定为0.1—6.0%；3，一些河流的起动流量的频率范围与造床流量的频率范围基本一致。应当指出，床沙粒径愈大，起动流量的频率愈小，它与通常所说的造床流量的偏差也愈大。

表 2 起动流量及造床流量的频率

Tab.2 Frequencies of threshold discharges and effective discharges

资 料 来 源	起 动 流 量 〔表1〕	造 床 流 量 (平 滩 流 量)				
		英国河流〔6〕	美国河流〔7〕	苏联平原 河 流〔8〕	柯罗拉 多 河〔9〕	雅姆帕河〔5〕
频率范围 (%)	0.28—5.2			1—6	0.12—6.0	0.4—3.0
平均频率 (%)	1.95	0.60	0.18	2.0	2.24	1.51

二、河相关系

冲积河流的边界物质是由河流本身所挟运的泥沙颗粒冲积而成的。冲积河流在流域的来水来沙条件的长期作用下，多数会形成平衡或准平衡的河道，其纵横断面的特性适应于来水来沙条件，它们之间的定量关系就是河相关系。

当前，河相关系的研究主要沿着两条途径进行。一条是由里奥普及麦杜克所创立的“水力几何形态”方法，它是由下列一组方程式所确定的河相关系式

$$B = aQ^b \quad (1)$$

$$h = cQ^d \quad (2)$$

$$V = kQ^m \quad (3)$$

$$J = eQ^z \quad (4)$$

其中 B ——河宽, h ——平均水深, V ——平均流速, J ——比降, Q ——流量, a, c, k, e ——系数, b, f, m, z ——指数。这是一种经验方法, 根据河流的实测资料分别确定指数及系数。天然河流河相关系式的指数比较固定, 系数则因不同的水文、地质地貌条件而有较大的变化。目前, 很多研究工作试图确定系数与来水来沙及边界条件的关系。

另一条途径是利用一组联立方程式求解河相关系式。在方程组中, 由于未知数的数目大于方程式的数目, 因此需要补充一个方程式, 暂名之为河相关系的基本方程式。如何确定这一基本方程式是这一研究途径中的关键问题。对于平原冲积河流, 是用下列一组方程式求解河相关系式

$$\text{水流连续方程} \quad Q = BhV \quad (5)$$

$$\text{水流运动方程} \quad V = \frac{1}{n} h^{2/3} J^{1/2} \quad (6)$$

$$\text{悬移质输沙平衡方程} \quad S = p \left(\frac{V^3}{g h w} \right)^r \quad (7)$$

$$\text{河相关系基本方程式} \quad B = f(h) \quad (8)$$

其中 n ——糙率, S ——床沙质的悬移质含沙量, w ——悬移质泥沙颗粒的沉速, p ——系数, r ——指数。

上列四个方程式中, (5)、(6) 两式是不存在什么问题的。对于推移质输沙为主的河流或处于起动平衡状态的河流, 则应以相应的推移质输沙平衡方程或起动平衡方程来代替式 (7)。式 (8) 是河相关系的基本方程式。当前, 限于河相关系的研究水平, 式 (8) 往往采用经验公式。例如, 武汉水利电力学院建议采用苏联国家水文研究所提出的式 (9), 作为式 (8) 的形式^[10],

$$\frac{\sqrt{B}}{h} = \zeta \quad (9)$$

其中 ζ 为根据河型确定的常数。这样, 将 (5)、(6)、(7)、(9) 联立求解, 就可求出 B 、 h 、 V 、 J 四个变量与 Q 、 S 、 n 、 w 的关系。这样得出的河相关系式, 将主变量 Q 、 S 等明显反映在关系式中, 较“水力几何形态”形式的河相关系具有更大的普遍性。

如根据现有经验方法确定的 b 、 f 值, 就可以确定式 (8) 的更一般的形式

$$\frac{B^t}{h} = \zeta \quad (10)$$

其中 t ——指数。表 3 列出根据各家资料得出的 t 值, 其中多数是平原冲积河流, 少数是砂砾石或卵石河流。表中所有的 t 值均大于 0.5, 最大的达 1.1, 其中平原冲积河流五组资料的平均值为 0.85。可以认为, 虽然式 (9) 是根据平原冲积河流的资料整理得出的, 而且由于形式

简单, 在实践中已得到广泛的应用, 但是作为河相关系的基本方程式是与实际情况有一定出入的。

表 3 一些河相关系的指数

Tab.3 Exponents in relations to hydraulic geometry of rivers

河 名	b	f	t
我国华北地区六条游荡性河流	0.48	0.35	0.73
华北及东北地区游荡性小河及模型河流	0.39	0.33	0.85
长江荆江段	0.39	0.38	0.97
苏联河流	0.40	0.35	0.88
美国中西部长流性河流	0.50	0.40	0.80
美国宾夕法尼亚州中部十六条河流	0.55	0.36	0.65
美国半干燥地区间歇性河流	0.50	0.30	0.60
美国东部勃兰登怀恩溪	0.42	0.45	1.1

在确定河相关系式的基本方程式时, 窦国仁提出了河床活动性最小原理^[11], 朗拜恩类比热力学定律, 提出了水流功率沿程均匀分配可能性最大的假说^[12]。他们分别根据所提的假说, 得出了相应的方程式 (8), 从而开创了解决河相关系中的一个根本问题的途径, 为进一步的研究提供了基础。

在分析河相关系时, 本文拟采用以第二种途径为主辅以第一种途径的方法。在第二种途径中利用朗拜恩提出的求各水力几何形态要素的方差和为最小值的方法来确定河相关系基本方程式。

朗拜恩在分析水流功率沿程分配时, 考虑了两种可能性。第一种可能性是单位距离的水流功率沿程保持不变, 即 $\tau QJ = \text{常数}$, 其中 τ 为水的容重。第二种可能性是单位床面面积上的水流功率沿程保持不变, 即 $\tau QJ/B = \text{常数}$ 。这两种可能性是不能同时存在的。他认为河流的实际情况介于上述两种可能性之间。

根据上述两种可能性, 笔者分别分析了河相关系式, 发现比较符合实际资料的是根据第二种可能性建立的河相关系式。这是不难理解的。当考虑河流的总功率时, 以 τQJ 的形式进行分析是合理的; 而当讨论的对象是能量消耗问题, 而阻力是存在于整个河床表面, 采用单位床面面积上的功率作为分析对象应是更合理的。在求方差和为最小值时所用的水力几何形态要素是流速、水深、河宽及单位床面面积的水流功率。式 (8) 采用式 (10) 的形式, 其中的指数 t 则用两种途径相结合的方法确定。求解河相关系的具体作法可以由下面的过程看出。针对床沙输移的三种不同情况分别决定其河相关系。

(一) 起动平衡条件的河相关系

床沙处于起动平衡状态, 这时河相关系方程组中的式 (7) 不能采用输沙平衡方程式,

而应采用表征泥沙颗粒起动平衡状态的方程式。表征起动状态的水力条件可以用剪切力、流速或功率, 我国工程界习用起动流速。现有的起动流速公式很多, 可分为两类, 一类是散粒体泥沙颗粒的起动流速公式, 另一类是同时考虑颗粒间粘性力的作用而得出的起动流速公式。处于起动平衡条件的河床, 床沙颗粒大, 可以不考虑颗粒间的粘结力的影响。本文选用沙莫夫起动流速公式作为表征泥沙颗粒起动平衡状态的方程式。这样, 河相关系的方程组就是:

$$Q = BhV \quad (11)$$

$$V = \frac{1}{n} h^{\frac{2}{3}} J^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$V = V_0 = Ad^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\frac{B^{\frac{1}{2}}}{h} = \zeta \quad (14)$$

其中 $A = 1.11 \sqrt{\frac{r_s - r}{r} g}$, r_s 为泥沙的容重, V_0 ——起动流速, g ——重力加速度。

在确定式 (14) 中的 t 值时, 利用 (11)、(12)、(13) 式得出指数 b 、 f 、 m 、 z 之间关系的三个方程式, 再补充以求

$$E = b^2 + f^2 + m^2 + (f + m + z)^2 \quad (15)$$

为最小值得出的方程式, 由四个方程式联解求出 b 、 f 、 m 、 z 值, 由此可得出 t 值。然后再联解河相关系方程组得出河相关系式。在这一过程中, 当解出 b 、 f 、 m 、 z 值后, 就已经得到了方程式 (1) 至 (4) 的指数, 但为了求得河相关系更一般的表达式, 再进一步利用式 (11) 至 (14) 求解河相关系式。

这样得出的起动平衡条件的河相关系式为:

$$B = \zeta^{0.517} A^{-0.438} d^{-0.146} Q^{0.438} \quad (16)$$

$$h = \zeta^{-0.438} A^{-0.482} d^{-0.161} Q^{0.442} \quad (17)$$

$$V = \zeta^{0.073} A^{0.920} d^{0.307} Q^{0.080} \quad (18)$$

$$J = \zeta^{0.406} A^{2.50} d^{0.832} n^2 Q^{-0.482} \quad (19)$$

上列方程组中唯一待确定的常数是 ζ , 待三种情况的河相关系式均求得后, 再一併讨论。

式 (14) 中的 t 值为 1.1。天然河流存在这种情况, 如表 4 中的勃兰登怀恩溪的 t 值为 1.07。

(二) 以推移质输沙为主的河流的河相关系

输沙平衡方程式应采用推移质输沙率公式。这类公式很多, 如选用窦国仁推移质输沙率公式, 则河相关系方程组为:

$$Q = BhV \quad (20)$$

$$V = \frac{1}{n} h^{\frac{2}{3}} J^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$q_s = \frac{K_1}{C_0^2} (V - V') \frac{V^3}{gw} \quad (22)$$

$$\frac{B'}{h} = \xi \quad (23)$$

其中 $K = K_0 \frac{r_s r}{r_s - r}$, K_0 ——综合系数, $C_0 = \frac{h^{1/6}}{\sqrt{gn}}$ ——无量纲谢才系数, V' ——止动流速, 可采用 $V' = 1/1.2 V_0$ 。

采用(一)中求指数的方法, 得出的指数与(一)中的相同。考虑到天然河道的实际情况, 采用 $t = 1.0$ 。上列联立方程组中包括 4 次方程, 虽然可以求解, 但异常繁复。采取适当简化后, 得出的河相关系式为:

$$B = \xi^{0.514} K^{0.083} (AC_0)^{-0.167} (gq_s w)^{-0.083} d^{-0.056} Q^{0.486} \quad (24)$$

$$h = \xi^{-0.486} K^{0.083} (AC_0)^{-0.167} (gq_s w)^{-0.083} d^{-0.056} Q^{0.486} \quad (25)$$

$$V = \xi^{-0.028} K^{-0.166} (AC_0)^{0.334} (gq_s w)^{0.166} d^{0.102} Q^{0.038} \quad (26)$$

$$J = \xi^{0.592} K^{-0.444} (AC_0)^{0.589} (gq_s w)^{0.444} d^{0.296} n^2 Q^{-0.593} \quad (27)$$

如推移质输沙率公式采用英格伦—翰森公式

$$q_s = A_1 h^3 J^3 \quad (28)$$

其中 $A_1 = \frac{0.4}{id} r_s \left(\frac{r}{r_s - r} \right)^2 g^{1/2}$, i ——达西-魏斯巴赫阻力系数, 得出的河相关系式中 Q 及 q_s 的项为:

$$B \propto q_s^{-0.092} Q^{0.462} \quad (29)$$

$$h \propto q_s^{-0.092} Q^{0.462} \quad (30)$$

$$V \propto q_s^{0.184} Q^{0.076} \quad (31)$$

$$J \propto q_s^{0.492} Q^{-0.462} \quad (32)$$

其中 Q 、 q_s 的指数, 与式(24) — (27) 中的基本相同。

(三) 以悬移质输沙为主的河流的河相关系

输沙平衡方程式应采用悬移质输沙率公式, 本文就采用常用的式(7)作为悬移质输沙率公式, 河相关系的联立方程组为:

$$Q = BhV \quad (33)$$

$$V = \frac{1}{n} h^t J^t \quad (34)$$

$$S = P \left(\frac{V^3}{ghw} \right)^r \quad (35)$$

$$\frac{B'}{h} = \xi \quad (36)$$

采用与(一)中求指数的方法, 可求得 $t = 0.857$, 它与表 4 中平原冲积河流 t 的平均值 0.85 很接近。由此求得的河相关系式为:

$$B = \zeta^{0.462} w^{-0.156} g^{-0.156} p^{-\frac{0.156}{r}} S^{-\frac{0.156}{r}} Q^{0.462} \tag{37}$$

$$h = \zeta^{-0.466} w^{-0.134} g^{-0.134} p^{\frac{0.134}{r}} S^{-\frac{0.134}{r}} Q^{0.466} \tag{38}$$

$$V = \zeta^{-0.156} w^{0.200} g^{0.200} p^{-\frac{0.200}{r}} S^{\frac{0.200}{r}} Q^{0.133} \tag{39}$$

$$J = \zeta^{0.311} w^{0.756} g^{0.756} p^{-\frac{0.756}{r}} S^{\frac{0.756}{r}} n^2 Q^{-0.267} \tag{40}$$

（四）公式的对比与验证

为了与现有半径验半理论公式进行对比，在表 4 中列出了各家公式的指数b、f、m值。现有半径验半理论公式较少，对于以推移质输沙为主的河流尚付阙如。以悬移质输沙为主的河流有两家公式可资对比。如以目前普遍接受的里奥普等的经验公式中的指数作为比较的标准，分别计算各家公式的相对误差之和，可以看出三家公式的误差基本相等。朗拜恩的公式中除了Q以外，未包括其他参数。

表 4 河相关系中指数的比较
Tab.4 Comparison of exponents of different authors

	其他作者的公式		本 文 公 式	里奥普经验公式
（一）起动平衡情况	李汝明等公式			
b	0.462		0.438	
f	0.462		0.482	
m	0.086		0.080	
（二）以推移质输沙为主的情况				
d			0.486	
f			0.486	
m			0.028	
（三）以悬移质输沙为主的情况	窦国仁公式	朗拜恩公式		
b	0.556	0.50	0.47	0.5
f	0.333	0.37	0.40	0.4
m	0.111	0.13	0.13	0.1
相对误差（%）	42.5	37.5	36.0	

表 5 列出阿尔图宁提出的河相关系式(14)中的指数与系数。本文得到指数与阿尔图宁的指数接近而稍大于它。根据一些天然河流的资料，起动平衡状态的 ζ 值可取为 10。图 2 为根据式（16）—（19）计算的B、h、V值与天然资料的对比情况，后者是美国宾夕法尼亚州中部16条小河最上游段、床沙粒径大于50毫米的资料^[13]。总的来看，计算值与实测值是相当接近的，只有流速的出入稍大些。

表 5 河相关系公式的 ζ 及 t 值
Tab.5 Values of ζ and t

阿 尔 图 宁 公 式			本 文 公 式		
河 段	ζ	t	床 沙 状 态	ζ	t
山 区 河 段	10—16		起 动 平 衡	10	1.1
山 麓 河 段	9—10	0.8—1.0	推 移 质 输	15—25	1.0
中 游 河 段	5—9		沙 为 主		
下 游 河 段	壤土河岸	3—4	悬 移 质 输	50—100	0.857
	沙土河岸	8—10	沙 为 主		

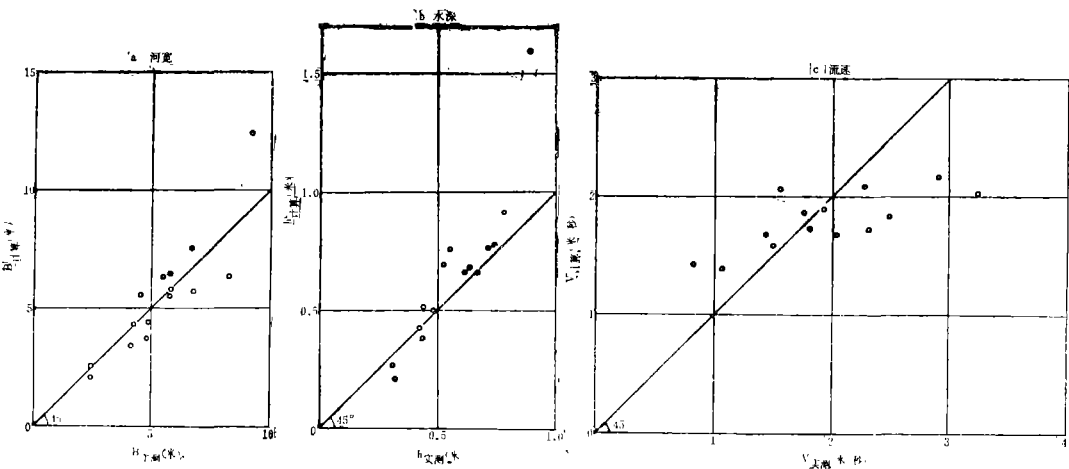


图 2 河宽、水深及流速的计算值与实测值的对比

Fig.2 Comparison of calculated and measure values of width, depth and velocity of rivers

对于以推移质输沙为主的河段，根据里奥普等及安德鲁斯等的资料， ζ 值可采用15—25。对于以悬移质输沙为主的河段，根据一些平原河流的资料， ζ 值可采用50—100。不过，文中给出的 ζ 及 t 值还是初步的，今后尚需搜集更多的资料，使 ζ 及 t 值更准确。

三、结 论

- 1、根据河流床沙的运动情况，以 V_c/V_b 作为指标，可以将河流划分为两大类型：处于起动平衡状态的卵石河流及活动河床的砂砾石及砂质河流；后者又可分为以推移质输沙为主的砂砾石河流及以悬移质输沙为主的砂质河流。
- 2、以几种水力几何形态要素的方差和为最小值的方法为基础，采用一些与 前 人不同的

处理方法，得到了上述三种类型河流的沿程河相关系，并与实测资料及现有半理论半经验的成果进行了对比，结果是比较满意的。

参 考 文 献

- 〔1〕 Henderson, F.M., Stability of Alluvial Channels, Trans. ASCE, Vol. 128, 1963, Pt.1.
- 〔2〕 Kellerhals, R. Stable Channels with Gravel-paved Beds, J. of Waterways and Harbors, Proc. ASCE, Vol. 93, No. WW1, Feb. 1967.
- 〔3〕 Li, R.M., D.B. Simons, and M.A. Stevens, Morphology of Cobble Streams in Small Watersheds, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol. 102., No. Hr8, Aug. 1976.
- 〔4〕 范诺尼编：泥沙工程，水利出版社，1981年。
- 〔5〕 Andrews, E.D., Effective and Bankful Discharge of Streams in the Yampa River Basin, Colorado and Wyoming, J. of Hydrology, Vol. 46, 1980.
- 〔6〕 Nixon, M., A study of the Bankfull Discharges of Rivers in England and Wales, Proc. ICE, Vol.12, 1959.
- 〔7〕 Leopold, L.B., M.G. Wolman, and J.P. Miller, Fluvial Processes in Geomorphology, W.H. Freeman and Company, 1964.
- 〔8〕 马卡维也夫：造床流量，泥沙研究，2（2），，1957年。
- 〔9〕 Andrews, E.D., Hydralulic Geometey of Gravel-bed Rivers in Colorado.
- 〔10〕 武汉水利电力学院河流泥沙工程学教研室：河流泥沙工程学，水利出版社，1981年。
- 〔11〕 窦国仁：平原冲积河流及潮汐河口的河床形态，水利学报，第2期，1964年。
- 〔12〕 Langbein, W.B., Geometry of River Channels, J. of Hyd. Div, Proc. ASCE, Vol.90, No. Hy2, 1964.
- 〔13〕 Brush, Jr. L.M., Drainage Basins, Channels and Flow Characteristics of Selected streams in Central Pennsylvania, USGS Professional Paper 282-F, 1961.

CHANNEL GEOMETRY OF ALLUVIAL STREAMS

Zhou Zhide

(Water Conservancy and Hydroelectric Power Research Institute)

Abstract

At present the study of channel geometry of alluvial streams is almost restricted with empirical method in the realm of plain tract which mainly carries suspended load.

In this paper, according to the field data, using the ratio of threshold velocity and bankful velocity as index (Fig.1), the alluvial streams can be divided into two main categories with different sizes of bed material; one is the river reach of gravel bed which is under the condition of threshold of motion, the other is the reach with sand bed which is with a live bed. The latter can be further divided into two sub-kinds; one is the reach of cobble bed which mainly carries bed load and the other is the reach of sand bed which mainly carries suspended load. There are two schools in the design of canals, tractive-force theory and regime theory, which are not two opposite ones but are the summary of two different kinds of motion of bed material. It is consistent with those of natural streams. The same law governs the motion of bed material of natural streams and canals.

The downstream relations of hydraulic geometry of the said three types of river reaches are analysed with unified method in this paper. At the present time there are two approaches in the study of hydraulic geometry of rivers, one is the empirical approach proposed by Leopold et al., and the other is a theoretical one. The latter is a method by solving simultaneous equations of the relations of the hydraulic and sediment variables. In this paper the two approaches are combined together, using the equable distribution of variance among width, depth, velocity and stream power per unit bed area as a supplementary equation, and the equations for the downstream hydraulic geometry of alluvial rivers of the three types are obtained.

For the threshold condition, equations (16) to (19) are of downstream hydraulic geometry, which are similar to the results of Li et al.^[3]

For the bed load condition, equations (24) to (27) are of downstream hydraulic geometry by using Dou's bed load formula; equations (29) to (32) are slightly different if other bed load formula is used such as Engelund-Hansen formula used in this paper.

For the suspended load condition, equations (37) to (40) are of downstream hydraulic geometry, which are similar to the results of Dou^[11] and Langbein^[12].

Comparing the results of this paper with the field data, and other authors' results which are shown in figure 2 and table 4, the agreement is satisfactory.