

# 用模糊数学方法划定陕西省 境内的亚热带北界

吴登茹

(陕西师范大学地理系)

## 提 要

本文给出了划分亚热带北界的模糊综合评判模型,应用此模型确定了陕西省境内亚热带北界的最佳位置,解决了亚热带北界过渡带和指标的数值化问题。

## 一、引 言

亚热带北界,在我国是一条重要的自然界线。对于这条界线,国内外曾有许多研究,产生了很大分歧。自1958年竺可桢先生指出我国东部季风区亚热带的北界大致在淮河、秦岭至白龙江一线<sup>[1]</sup>后,已无大的争论。但仍然存在着以下几个问题:第一,亚热带北界最佳位置的确定问题。例如:是在秦岭的山脊,还是在秦岭的南北坡,南北麓?第二,亚热带

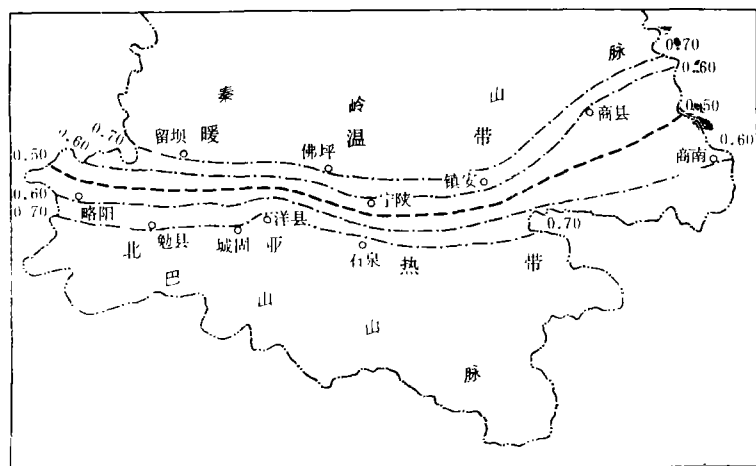


图 1 陕西省境内的亚热带北界

The boundaries of the north sub-tropical belt in Shaanxi Province

本文1984年9月17日收到,1985年1月15日收到修改稿。

• 本文承蒙聂树人教授指导,王风慧同志大力协助,特此致谢。

北界过渡带的数值化问题。即使我们规定了亚热带北界的具体位置,但由于气候界线不是一条线,而往往是一条逐渐过渡的带,这就存在着过渡带的衡量问题。例如:在亚热带北界上的某地,必然具有亚热带气候与暖温带气候的过渡特征,它究竟属于哪一个气候带呢?属于两种气候带的程度是多少?这就是过渡带的数值化问题。第三,亚热带北界指标的数值化问题。由于亚热带在本质上是气候的热量带,热量指标又非常具体明确,因而在确定亚热带北界时,往往采用热量指标。由于热量指标是由积温、最冷月气温等多维指标组成,根据一定的划分标准,有些指标属于亚热带,有些指标属于暖温带,而所有这些指标又以不同的组合方式在不同地域内同时存在。例如:在亚热带北界上的某地, $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温是 $3500^{\circ}\text{C}$ ,低温平均值是 $-3^{\circ}\text{C}$ ,按一定的划分标准,积温指标属于暖温带,低温平均值指标属于北亚热带,该地在气候上究竟属于哪一个热量带呢?这就是指标的数值化问题。由于界线具有过渡性(即模糊性),指标具有多维性的特点,我们使用模糊综合评判的数学模型确定陕西省境内亚热带北界。

二、数学模型的建立及亚热带北界的确定

根据多数学者的意见,通过实际资料分析,大致判断出亚热带北界在陕西省境内最北不致在秦岭以北,最南不致在巴山以南。在这个范围内,均匀选点,使用模糊综合评判的数学模型[2,3],划分出陕西省境内亚热带北界的最佳位置。其具体步骤:

(一) 建立因素集

设 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  是一个因素集,  $u_i$  表示被考虑的因素,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。

由于亚热带在本质上是气候的热量带,所以我们选取了4个反映热量状况的因素,建立了因素集 $U$ 。 $U = \{\geq 10^{\circ}\text{C}$ 日数( $u_1$ )、 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温( $u_2$ )、最冷月气温( $u_3$ )、低温平均值( $u_4$ )}。其中, $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 日数和积温是影响喜温作物熟制的热量指标,它们可以大致反映

表 1 各站点的气候资料  
The climatic information of the counties

站名	北 纬	东 经	海拔高度 (米)	$\geq 10^{\circ}\text{C}$ 日数 $u_1$ (天)	$\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温 $u_2$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	最冷月气温 $u_3$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	低温均值 $u_4$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
略 阳	33°19'	106°09'	793.8	213.0	4093.7	1.9	-2.0
勉 县	33°09'	106°44'	542.7	219.6	4414.7	2.1	-1.3
留 坝	33°38'	106°56'	1000	195.5	3520.6	0	-4.5
城 固	33°10'	107°20'	490	223.8	4524.1	2.1	-1.6
洋 县	33°13'	107°33'	469.6	224.4	4589.5	2.1	-1.7
佛 坪	33°32'	107°59'	1191.8	185.5	3374.0	0.3	-3.5
宁 陕	33°19'	108°19'	900	206.4	3847.4	0.5	-3.9
石 泉	33°03'	108°16'	485	221.8	4526.8	2.7	-1.3
镇 安	33°26'	109°09'	985.6	191.7	3667.5	0.6	-3.3
商 县	33°52'	109°56'	742	201.6	4014.4	0.01	-4.0
商 南	33°32'	110°53'	523.0	215.5	4406.2	1.5	-3.0

一个地方热量资源的基本状况，所以是划带的关键指标。但热量资源能否被充分利用，还受其它热量因子影响，其中主要是越冬条件，冬季低温对木本多年生作物有很大影响，因而也作为划带的参考指标。所取各站点的气候资料见表 1。

### (二) 确定权数分配

定义  $U$  上的 Fuzzy 集  $A$ ，叫做  $U$  中因素的权数分配。记为：

$A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ，其中  $a_i \geq 0$  且

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1$$

考虑到因素作用不同等的情况，对各因素按其重要程度配以适当的权重。根据以往的划带经验，一般把  $\geq 10^\circ\text{C}$  积温 ( $u_2$ ) 作为划带的主要指标，把最冷月气温 ( $u_3$ )、低温平均值 ( $u_4$ ) 作为划带的辅助指标， $\geq 10^\circ\text{C}$  日数 ( $u_1$ ) 虽然也作为划带的主要指标，但由于  $\geq 10^\circ\text{C}$  积温的替代作用，故权重较小。所以， $U$  中 4 个因素的权数分配  $A = (0.22, 0.28, 0.25, 0.25)$ ，这个权数分配是由经验和推理分析给出的。

### (三) 给出评语集 $V$

设  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$  是一个评语集， $V_j$  表示评价的结果， $j = 1, 2, \dots, m$ 。

$V = \{V_1, V_2\}$ 。本文拟定  $V = \{\text{暖温带}, \text{北亚热带}\}$ 。

### (四) 确定综合评价转换矩阵 $R$

设第  $i$  个因素的单因素评价为  $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ ，它可视为  $U \times V$  上的 Fuzzy 集。 $r_{ij}$  表示第  $i$  个因素的评价对于  $j$  等评语的隶属度，我们得到  $n$  个因素的综合评价转换矩阵  $R$ ：

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{pmatrix}$$

第一步：指标的划分。通过分析实际资料，参考有关亚热带北界的划分指标<sup>[4]</sup>，我们选取两组数值作为暖温带与北亚热带的气候指标代表值，见表 2。

表 2 暖温带与北亚热带的气候指标

Climatic indices of the warm temperate belt and the north sub-tropical belt

气候指标	暖温带 $V_1$	北亚热带 $V_2$	级差 $d$
$\geq 10^\circ\text{C}$ 日数 $u_1$ (天)	180	240	60
$\geq 10^\circ\text{C}$ 积温 $u_2$ ( $^\circ\text{C}$ )	3300	5000	1700
最冷月气温 $u_3$ ( $^\circ\text{C}$ )	-2	5	7
低温平均值 $u_4$ ( $^\circ\text{C}$ )	-9	0	9

第二步：确定  $U \times V$  上的 Fuzzy 集  $R$ ：

$$R = \begin{matrix} & V_1 & V_2 \\ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \\ r_{31} & r_{32} \\ r_{41} & r_{42} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

其中 $r_{ij}$ 表示从第 $i$ 个因素着眼, 对被评对象作出第 $j$ 种评语的可能程度。根据表2所划定的指标, 我们用“明晰数据分段Fuzzy化”〔5〕的办法来定 $r_{ij}$ 。其法则: 设 $u_i$ 在区间 $[V_1, V_2]$ 之间,  $u_i$ 从属于 $V_1$ 和 $V_2$ 的隶属度记为 $X/V_1$ 与 $Y/V_2$ , 值 $X$ 与 $Y$ 按下列公式求取:

$$X = \frac{d - |V_1\text{之界限值} - \text{实测值}|}{d}, \quad Y = \frac{d - |V_2\text{之界限值} - \text{实测值}|}{d}$$

下面以略阳县的气候资料为例, 说明 $r_{ij}$ 的求法。略阳县 $\geq 10^\circ\text{C}$ 日数在表1中是213.0天, 落入表2中 $[V_1, V_2]$ 之间, 即在 $[180, 240]$ 之间, 便有 $X/V_1$ 与 $Y/V_2$ , 按上式计算可得:  $x = 0.45$ ,  $y = 0.55$ 。据此取 $r_{11} = 0.45$ ,  $r_{12} = 0.55$ , 其余类推。于是得到了略阳县的Fuzzy矩阵 $R$ 为

$$R = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.55 \\ 0.53 & 0.47 \\ 0.44 & 0.56 \\ 0.22 & 0.78 \end{bmatrix}$$

这个Fuzzy矩阵表明了: 单考虑 $\geq 10^\circ\text{C}$ 日数这个指标, 略阳县属于暖温带的程度是0.45, 属于北亚热带的程度是0.55。根据最大隶属原则, 应属北亚热带。其余指标的解释类推。

用同样方法求出了其它各县的Fuzzy矩阵 $R$ , 即单因素评价, 见表3。

### (五) 综合评价计算

令综合评语 $B = A \cdot R$ 且

$$\mu_B(V_j) = \sum_{i=1}^n \mu_A(u_i) \circ \mu R_i(u_i, V_j)$$

令 $B = A \circ R$

仍以略阳县为例: 计算得 $B = [0.41, 0.59]$ 。

用同样方法计算了其它各县的综合评语 $B$ , 其结果见表3。

### (六) 结果分析

1. 通过分析表3中各县气候指标综合评价的归属评语 $B$ , 可以确定陕西省境内亚热带北界的最佳位置。留坝、佛坪、宁陕、镇安、商县的归属评语均属暖温带, 其从属程度均大于0.58, 略阳、勉县、城固、洋县、石泉、商南的归属评语均属北亚热带, 其从属程度均大于0.59, 这说明暖温带与北亚热带的界线在留坝、佛坪、宁陕、镇安、商县与略阳、勉县、城固、洋县、石泉、商南形成的过渡带之间。在这个过渡带中, 由于各地归属评语的隶属度均小于1, 所以没有真正的暖温带和北亚热带, 只是把从属程度超过0.50的称为暖温带或北亚热带。由此看来, 在这个过渡带中, 隶属度为0.50的那条线, 即是陕西省境内亚热带北界的最佳位置(见图1)。此线上的各地, 从属于暖温带和北亚热带的程度均是0.50。此线以北,

表 3 各县气候指标的单因素评价及综合评价  
Single-factor evaluation and comprehensive evaluation of climatic indices of the counties

站名	因素评语	u <sub>1</sub>		u <sub>2</sub>		u <sub>3</sub>		u <sub>4</sub>		B	
		V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	<sub>1</sub> V	V <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>
略阳		0.45	0.55	0.53	0.47	0.44	0.56	0.22	0.78	0.41	0.59
勉县		0.34	0.66	0.34	0.66	0.41	0.59	0.14	0.86	0.31	0.69
留坝		0.74	0.26	0.87	0.13	0.71	0.29	0.50	0.50	0.71	0.29
城固		0.27	0.73	0.28	0.72	0.41	0.59	0.18	0.82	0.285	0.715
洋县		0.26	0.74	0.24	0.76	0.41	0.59	0.19	0.81	0.27	0.73
佛坪		0.91	0.09	0.96	0.04	0.67	0.33	0.39	0.61	0.73	0.27
宁陕		0.56	0.44	0.68	0.32	0.64	0.36	0.43	0.57	0.58	0.42
石泉		0.30	0.70	0.28	0.72	0.33	0.67	0.14	0.86	0.26	0.74
镇安		0.805	0.195	0.78	0.22	0.63	0.37	0.37	0.63	0.645	0.355
商县		0.64	0.36	0.58	0.42	0.71	0.29	0.44	0.56	0.59	0.41
商南		0.41	0.59	0.35	0.65	0.50	0.50	0.33	0.67	0.40	0.60

注：黑体字，为归属评语

从属于暖温带的程度大于0.50，此线以南，从属于北亚热带的程度大于0.50。这就解决了本文引言中所提到的第一个问题。

2. 通过分析表 3 中各县气候指标综合评价的归属评语B，可以解决亚热带北界过渡带和指标的数值化问题。例如：略阳县，单考虑 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 日数，归属评语属北亚热带，隶属度为0.55；单考虑 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温，归属评语却属暖温带，隶属度为0.53；单考虑最冷月气温，归属评语属北亚热带，隶属度为0.53；单考虑低温平均值，归属评语也属北亚热带，隶属度为0.78。那末，略阳县究竟属于哪个热量带呢？根据综合评价的归属评语应属北亚热带，隶属度为0.59。即略阳县属于北亚热带的程度是0.59，属于暖温带的程度是0.41，根据最大隶属原则，它应属北亚热带。这样，通过分析综合评价的归属评语，就解决了本文引言中所提到的第二、第三个问题。

三、讨 论

1. 在文献〔6〕中，郑剑非划定陕西省境内的亚热带北界是从陕 南略阳，沿汉水北岸勉县、洋县、宁陕、镇安进入河南。本文所划的这条界线与之大致相同。由于进行了亚热带北界过渡带的数值化处理，知道宁陕和镇安属于暖温带的程度比属于北亚热带的程度稍大些，因而亚热带北界应在略阳、勉县、城固、洋县、石泉、商南与留坝、佛坪、宁陕、镇安、商县之间，隶属度为0.50的那条线即是陕西省境内亚热带北界的最佳位置。

2. 本文使用的模糊综合评判划分亚热带北界的数学模型，解决了本文引言中提出的三

个问题, 不仅使界线的划分由传统的定性转化为定量, 提高了精确性和准确性, 而且还使划分结果从绝对的“是”与“非”的限制中挣脱出来, 显现出各种过渡状态。这种数学模型也适用于其它界线的划分。但用此模型进行亚热带北界的划分, 尚属尝试。目前还有许多问题例如因素选择的合理性问题, 权数分配的客观确定问题, 模糊综合评价的计算问题等等, 均需进一步探讨。

### 参 考 文 献

- (1) 竺可桢: 中国的亚热带, 科学通报, 第17期, 1958年。
- (2) 陈永义等: 综合评判的数学模型, 模糊数学, 第1期, 1983年。
- (3) 汪培庄: 模糊集合论及其应用, 上海科学技术出版社, 1983年。
- (4) 丘宝剑: 我国亚热带划分中的一些问题, 地理研究, 3 (1), 1984年。
- (5) 冯晋臣等: 土壤栽培条件适应性的Fuzzy综合评判, 模糊数学, 第2期, 1984年。
- (6) 郑剑非: 从农业气候观点探讨我国东部季风区两个热量带的划分, 北京农业大学学报, 第1期 1981年。

## THE DIVISION OF THE BOUNDARIES OF THE NORTH SUB-TROPICAL BELT IN SHAANXI PROVINCE BY USING FUZZY MATHEMATICAL METHOD

Wu Dengru

(Department of Geography, Shaanxi Normal University)

### Abstract

In this paper, the mathematical model of Fuzzy comprehensive judgement of the division of the north sub-tropical belt is preposed. The division of the north sub-tropical belt in Shaanxi province is carried out with this model, the concrete location is defined, and the quantitative problems of transitional belt and indices are solved. This not only changes the traditional qualitative division of the north sub-tropical belt into quantitative one and promotes its accuracy, but also liberates the division of boundaries from absolute affirmation and negation, and thus various transitional states appear.