

## 利用降水平均递增率求山地最大降水高度\*

阎育华 赖洪年

(河南大学)

**提 要:** 本文引入降水平均递增率的概念, 改进了文献〔1〕中的计算方法, 可以一次求出山地降水量与海拔的经验关系式中全部参数的最佳值, 其中包括山地最大降水高度。并用实例说明了本法的步骤及特点。

**主题词:** 山地降水

山地降水量随高度的改变规律, 综合反映了热量、水分、气流、地形等多种气象因子对降水的作用, 故有重要的理论意义。对发展农林牧各业也有实用价值。因而出现了种种形式的经验公式。其中傅抱璞提出的经验公式〔1〕数学形式合理、物理意义明白, 能满足一定的边界条件, 适当调整式中最大降水高度等两个参数的值, 便能适用于国内外许多山地, 因而引起广泛的注意, 推动了这方面的研究工作。但是对文献〔1〕中根据山地观测资料确定这两个参数值的方法, 本文试图稍作改进, 以便更易运用该公式。

### (一) 傅抱璞山地降水经验公式及其原来的算法

文献〔1〕分析许多山地降水资料后指出降水随海拔高度的变化大多可用以下经验公式表示:

$$P_z = P_h + a[(2H - z) - z(2H - h)h] \quad (1)$$

即

$$P_z = -az^2 + 2aHZ + [P_h - a(2H - h)h] \quad (2)$$

其中,  $P_z$  为海拔为  $Z$  (米) 的山地降水量 (毫米);  $P_h$  为海拔为  $h$  (米) 的山麓降水量 (毫米);  $H$  及  $a$  为与地区、季节有关的参数。

取  $P_z$  对  $Z$  的一阶及二阶微商可知它们的意义。当海拔高度恰等于  $H$  时, 降水量最大, 故  $H$  被称为“最大降水高度”, 在讨论理论及实际问题中, 常常用到  $H$ 。至于参数  $a$  的物理意义是降水量随高度的二阶减少率之半, 可以比照运动学中带负号的加速度之半来理解。

根据某山某坡向多个高度的降水资料计算参数最大降水高度  $H$  及  $a$  的方法, 原来是〔1〕<sub>1,2</sub>。

本文1986年3月11日收到, 1986年8月6日收到修改稿。

\* 承傅抱璞教授来信对本文油印稿提出宝贵意见, 特此致谢。

1) 傅抱璞: 关于山地气候资料的推算问题, 1981年山地气候会议文件 (油印件)。

2) 陕西省气象科学研究所, 南京大学气象系: 秦岭山地的气候特点, 1981年山地气候会议文件。

令

$$Y = P_z \quad (3)$$

$$X = (2H - Z) Z \quad (4)$$

$$b = P_h - a(2H - h)h \quad (5)$$

当选定山麓某站为起算站后,  $h$  及  $P_h$  为常数。在水平距离不大时,  $H$  及  $a$  为常数。故 (5) 式中的  $b$  也为常数, 从而可化 (1) 式为直线方程:

$$Y = aX + b$$

这就是说, 只要降水随高度的变化符合 (1) 式所表示的规律, 在掌握正确的  $H$  值的情况下, 代入 (4) 式算出的  $X$ , 必然与降水量  $Y$  呈直线关系。据此先由资料或经验估计  $H$  可能出现的高度范围, 然后在此范围内假定不同的  $H$  值, 用逐步逼近法使根据观测资料所算出的  $X$ 、 $Y$  点在图上最接近于一条直线。则此时所选用的  $H$  值就是所求的最大降水高度。此直线的斜率就是参数  $a$ , 其截距为  $b$ 。

这个方法的不足之处在于: 逐步逼近比较麻烦, 另外观测资料仅是近似符合 (1) 式, 对直线总有偏离, 逼近到一定程度后用眼睛便难以判断哪个假设的  $H$  值更好, 没法找到 (1) 式的最佳参数值, 故所得解往往因人而异。同时这个方法也不适于采用计算机。

我们希望找到一种新的解法。计算一次便可获得 (1) 式拟合观测资料最佳的参数值, 并且易于套用常见的计算机程序。

## (二) 降水平均递增率及其在求最大降水高度等参数方面的应用

为寻找新的解法, 将 (2) 式对高度  $Z$  求偏导数, 得到

$$\frac{\partial P_z}{\partial Z} = -2aZ + 2aH \quad (7)$$

这个偏导数的物理意义是在高度  $Z$  处的降水递增率。如用差分代替微分, 本来一般须选稍高于  $Z$  的一点及稍低于  $Z$  的另一点, 将此两点的降水量之差除此两点的高度差。此处差分步长则取得大些, 各站一律由海拔为  $h$  (米) 的山麓站起算, 算到该站的海拔  $z$  为止。这样便得到由山麓站至该测站的降水递增率的平均值, 以下简称降水平均递增率:

$$\Gamma = \frac{P_z - P_h}{Z - h} \quad (8)$$

将此平均值作为差分值代入 (7) 式。既然 (7) 式左边的降水递增率取差分用的是  $h$  至  $z$  间的平均值, 那么其右也应该相应地将  $z$  换成  $h$  至  $z$  间的平均值:

$$\bar{Z} = \frac{1}{2}(h + z) \quad (9)$$

于是有:

$$\Gamma = \frac{P_z - P_h}{Z - h} = -2a\bar{Z} + 2aH \quad (10)$$

$$\Gamma = -2a\left(\frac{1}{2}(h + z)\right) + 2aH \quad (11)$$

$$\Gamma = -aZ + a(2H - h) \quad (12)$$

可见 $\Gamma$ 是海拔 $z$ 的线性函数。可记作:

$$\Gamma = Az + B \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} A = -a \\ B = a(2H - h) \end{cases} \quad (14)$$

式(13)与式(6)虽然都是线性关系式,但(6)式中由(4)式所定义的 $X$ 含有待定的参数 $H$ ,而(13)式中由(8)式所定义的 $\Gamma$ 不含待定参数,可直接由观测资料算得各高度的 $\Gamma$ 值。这样利用 $\Gamma$ 与海拔高度的线性回归方程就可以用最小二乘法客观地一次求得方程中的系数 $A$ 和 $B$ 。

设某山区有 $(n+1)$ 个水平距离不远的一组测站,其高度分别为 $h$ 及 $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ ,今已测得其降水量分别为 $P_h$ 及 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 。先依(8)式算得相应的一组 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ 。然后求其与海拔间的回归方程系数 $A$ 及 $B$ :

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})(\Gamma_i - \bar{\Gamma})}{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2} \quad (15)$$

$$B = \bar{\Gamma} - A\bar{Z}$$

其中:

$$\begin{cases} \bar{\Gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Gamma_i \\ \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i \end{cases} \quad (16)$$

求得 $A$ 与 $B$ 后,可以从由(14)式导出的下式算出(1)式中的待定参数 $H$ 及 $a$ :

$$\begin{cases} a = -A \\ H = \frac{1}{2} \left( h - \frac{B}{A} \right) \end{cases} \quad (17)$$

由于 $A$ 与 $B$ 是用最小二乘法求得的,故由(17)式算得的参数 $H$ 及 $a$ 也是在该组测站降水随高度的变化符合(1)式条件下的最佳值。可以一次解得,无须逐步逼近,且可套用电子计算机、计算器上现成的线性回归方程程序,迅速简便。

### (三) 计算实例

例1 重算文献[1]的原例:陕西秦岭南坡年降水量随海拔高度的变化。表1中所列降水与海拔数据是由文献[1]第242页图116中读得的近似值。 $\Gamma$ 是由(8)式算得的。

表 1 陕西秦岭南坡年降水量随海拔高度的变化  
The change of annual rain with height on  
the south slope of Qinling Mountains in Shanxi Province

| 站号<br>i | 年降水量<br>$P_z$ (mm) | 海拔<br>z (m) | 降水平均递减率<br>$\Gamma$ (mm/m) | 按 (19) 式算得的降水量<br>y (mm) | 相对误差<br>(y - $P_z$ )/ $P_z$ (%) |
|---------|--------------------|-------------|----------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| 1       | 1011               | 2000        | 0.08200                    | 1000                     | -1.1                            |
| 2       | 1000               | 1767        | 0.08840                    | 999                      | -0.1                            |
| 3       | 956                | 1200        | 0.09714                    | 971                      | 1.6                             |
| 4       | 949                | 967         | 0.13062                    | 950                      | 0.1                             |
| 5       | 943                | 887         | 0.14212                    | 941                      | -0.2                            |
| 6       | 929                | 767         | 0.15356                    | 926                      | -0.3                            |
| 起 算 站   | $P_h = 888$        | h = 500     | —                          | —                        | —                               |

由表中Z与 $\Gamma$ 照 (15)、(16) 式算得:

$$\Gamma = AZ + B = -5.5288 \times 10^{-5}z + 0.1856 \quad (18)$$

$\Gamma$ 与Z的相关系数为  $r = -0.92$

由 (20) 式及 (5) 式可得:

$$a = -A = 5.5288 \times 10^{-5} \quad \text{毫米/米}^2$$

$$H = \frac{1}{2} \left( h - \frac{B}{A} \right) = \frac{1}{2} \left( 500 + \frac{0.1856}{5.5288 \times 10^{-5}} \right) = 1928 \text{ 米}$$

$$b = P_h - a(2H - h)h = 888 - 5.5288 \times 10^{-5}(2 \times 1928 - 500) \times 500 \approx 795 \quad \text{毫米}$$

对照文献(1)所算参数为:

$$a = 4.938 \times 10^{-5} \quad \text{毫米/米}^2$$

$$H = 2000 \quad \text{米}$$

$$b = 800 \quad \text{毫米}$$

可看出大体接近, 而本法提供了不取整数作些修正的机会。由于表 1 中数据仅是由图上读出的近似值, 所以不能比较两种方法的拟合度。为说明本法的精度, 可将求得的a、H值代入 (1) 式计算降水量。由于要同文献(1)对照, 本例已经求得b值, 故也可代入 (6) 式计算降水量:

$$y = aX + b = 5.5288 \times 10^{-5}(2 \times 1928 - z)z + 795 \quad (19)$$

比较计算所得降水量y与表 1 中的降水资料P, 算出其相对误差, 列入表右。看来效果还是好的。

例 2 伏牛山南坡年降水量随海拔高度的变化。由于220米以上仅有一年观测资料, 故这里着重介绍方法, 而不是总结该处降水的分布规律。

一般说来, 在山麓附近往往降水变化大, 容易干扰降水平均递减率与高度成正比的关系。好在山麓附近测站一般都很多, 可以用适当筛选或用取平均值的办法归纳, 以便突出山峰、山腰各站降水量与海拔的关系。海拔高的站稀少、资料珍贵, 站与站之间高差大, 能更好地反映出海拔对降水量影响的信息, 加之公式 (1) 本来就是用来研究高处情况的, 所以要有所侧重。

我们在处理伏牛山降水资料时, 删去一些小地形影响特别明显的站, 又将海拔高度相差不超过20米的站的降水量及海拔求算术平均值, 作为一个高度的记录。经这样处理后的资料列入表 2。据此算得:

$$\Gamma = AZ + B = -2.571 \times 10^{-4}Z + 0.5713 \quad (20)$$

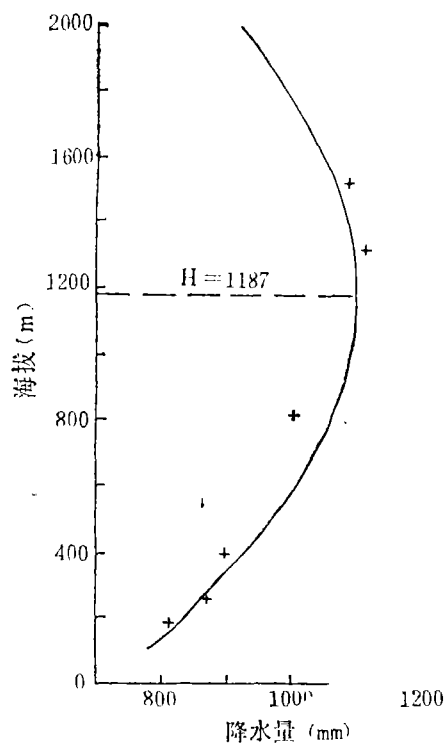


图 1 伏牛山南坡年降水量随海拔的变化  
The change of annual rain with height on  
the south slope of Funiu Mountains

$\Gamma$ 与 $Z$ 的相关系数  $r = -0.85$

由此可知

$$a = -A = 2.5871 \times 10^{-4} \quad \text{毫米/米}^2$$

$$H = \frac{1}{2} \left( h - \frac{B}{A} \right) = \frac{1}{2} \left( 166 + \frac{0.5713}{2.5871 \times 10^{-4}} \right) \approx 1187 \text{ 米}$$

由 (20) 式及 (8) 式, 可得各高度的降水量, 也即 (1) 式的曲线。图 1 表示该曲线拟合观测资料的程度。

表 2 河南省伏牛山南坡年降水量随海拔高度的变化

The change of annual rain with height on  
the south slope of Funiu Mountains in Henan Province

| 站 号 | 站 名       | 年 降 水 量<br>(mm) | 海 拔<br>(m) | 降水平均递增率<br>(mm/m) |
|-----|-----------|-----------------|------------|-------------------|
| 1   | 老界岭       | 1083            | 1520       | 0.19867           |
| 2   | 桦树盘       | 1110            | 1320       | 0.25650           |
| 3   | 太平镇—黄石庵林场 | 1000            | 810        | 0.28882           |
| 4   | 西坪—大栗坪    | 898             | 391        | 0.37333           |
| 5   | 阳城—西峡—后会  | 865             | 247        | 0.62963           |
| 起算站 | 内乡—赵店     | $P_h = 814$     | $h = 166$  | —                 |

### 参 考 文 献

(1) 傅抱璞: 山地气候, 科学出版社, 1983年。

# BY USING THE AVERAGE VERTICAL VARIABILITY OF PRECIPITATION TO CALCULATE THE HEIGHT WITH MAXIMUM PRECIPITATION OF MOUNTAINS

Yan Yuhua      Lai Hongnian

(Henan University)

**Subject Indexing:** mountain precipitation

## Abstract

Professor Fu Baopu analysed many data of precipitation about mountains in China and foreign countries, and suggested a famous experimental formula to express the relation between the precipitation  $P_z$  and the altitude  $z$ . It is usually as follows:

$$P_z = P_h + a (2H - z) z - (2H - h) h \quad (1)$$

where  $P_h$ —the precipitation at the foot of the hill,  $h$ —the height at the foot of the hill,  $a$  and  $H$  (the height with the maximum precipitation of the mountain) are two parameters decided by regions and seasons. The original method to calculate these two parameters from observation data of mountains is a gradual approach method which searches the better solution, step by step and by eyes only.

We shall now establish a new conception called "the average vertical variability of precipitation," which is given by the expression

$$\Gamma = \frac{P_z - P_h}{z - h} \quad (8)$$

Then we prove that  $\Gamma$  is a linear function of  $z$ . So we can once calculate the optimal values of these two parameters by linear regression method. Using the new method, we improve the precision and the speed of calculations. We hope it is good for the more widespread application of formula (1). At last, we give two practical examples to explain the process and characters of this new method.