

山地降水垂直分布模式讨论

蒋 忠 信

(铁道部第二勘测设计院第二总队)

提 要: 本文通过两个实例, 讨论傅抱璞山地降水公式的优化计算问题, 并提出另一种可能的高斯曲线型分布模式

主题词: 山地降水 分布模式

山地降水垂直分布规律的研究, 对生产实践和垂直地带性规律探讨均有意义。对此, 应用较广的是傅抱璞提出的抛物线型模式^[1]。最近, 阎育华等又对傅氏公式的演算提出了改进意见^[2]。本文仅就山地降水垂直分布模式及其计算问题进行简要的讨论。

一、傅氏公式计算问题

傅氏山地降水经验公式为如下二次抛物线方程:

$$P_z = -az^2 + 2aHZ[P_h - a(2H - h)h]$$

式中: P_z 为海拔高度 Z (m) 处的山地降水量 (mm), P_h 为海拔高度 h (m) 的山麓降水量 (mm), H 为最大降水高度 (m), 系数 a 与地区、季节有关。

令 $(2H - Z)Z = X$, $P_h - a(2H - h)h = b$, 则抛物线方程直线化为:

$$P_z = aX + b$$

据经验假定不同的 H 值, 用最小二乘法逐一算出相应的直线参数 a 、 b , 从中选取相关系数最大时的参数值, 再还原成最佳抛物线方程, 从而计算不同高度的山地降水量^[2]。上述运算工作现均可由各种电算工具自动完成。

阎育华等同志^[3]引入降水平均递增率 $\Gamma (= (P_z - P_h)/(Z - h))$ 这一概念, 将傅氏公式变换为 $\Gamma = -az + a(2H - h)$ 的线性方程式, 对 Γ 与 Z 用最小二乘法直线回归, 所得直线斜率即为 $(-a)$, 截距即为 $a(2H - h)$, 从而一次算出各个参数的值。因为阎氏将傅氏公式中的因变量 P_z 代换为 $\Gamma = (P_z - P_h)/(Z - h)$ 后, 权重发生了变化。据此将傅氏公式直线化后最小二乘回归的结果, 仅对 Γ 与 Z 的直线关系而言是最佳的, 而还原为抛物线方程式后, 对 P_z 与 Z 的曲线关系而言则不是最佳的^[4]。因此, 衡量曲线拟合结果优劣的指标, 而应是 P_z 与 Z 的曲线相关系数 R 或剩余残差平方和 Q 。既然此法不能一次性求出各参数最佳值, 故也必须逐次假定 H 值, 逐一回归并算出相应 Q 值, 取最小 Q 值时的参数值为最佳结果。我们按阎氏公式对秦岭和伏牛山南坡进行计算所得最小 Q 值时的参数值, 与阎氏改进法计算结果和傅氏法计算结果对比于表 1 和图 1。

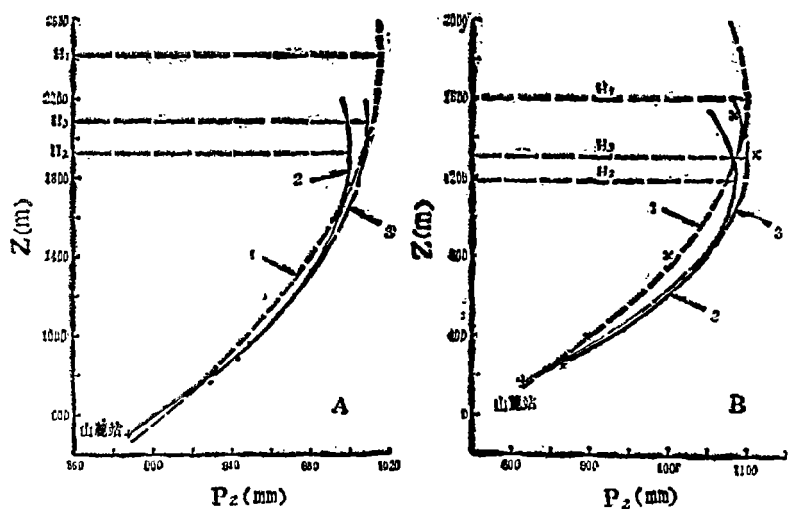


图 1 秦岭南坡 (A)、伏牛山南坡 (B) 年降水量
P_z 随海拔高度Z的变化 (1——傅氏法结果; 2——
阎氏法结果; 3——用阎氏公式优选最小Q值时结果)

The changes of annual rain with height on south slopes of Qinling Mountain (A) and Funiu Mountain (B) (1—the calculat result on Fu's formula; 2—Yan's calculat result; 3—Progness result on Yan's formula)

1. 傅氏法结果Q值最小, R值最高, 拟合最佳; 阎氏法结果Q值最大, R值最小, 本文按阎氏公式优化计算结果居中。

表 1 山地降水几种计算结果的对比

The contrast of a few calcuuat restlts for Mountain precipitation

地 区	计 算 方 法	方 程 式	Q	R	H(m)	备 注
秦 岭 南 坡	傅 氏 法	$P_z = 3.306 \times 10^{-5} (4840 - Z) Z + 821.4$	192	0.991	2420	含山麓站, H 步长为5。
	阎 氏 法	$P_z = 5.529 \times 10^{-5} (3856 - Z) Z + 795.2$	363	0.966	1928	
	本文按阎氏法 所得优化结果	$P_z = 4.8 \times 10^{-5} (4172 - Z) Z + 799.9$	275	0.975	2086	
伏牛山 南 坡	傅 氏 法	$P_z = -1.3446 \times 10^{-4} Z^2 + 0.4303Z + 753.2$	1145	0.992	1600	含山麓站, H 步长为10。
	阎 氏 法	$P_z = -2.5817 \times 10^{-4} Z^2 + 0.6142Z + 719.2$	4510	0.951	1187	
	本文按阎氏法 所得优化结果	$P_z = -2.2 \times 10^{-4} Z^2 + 0.5746Z + 724.7$	2733	0.971	1306	

2. 三种计算结果差异较大。以H值为例, 傅氏法与阎氏法结果之差, 对秦岭南坡为

492米, 对伏牛山南坡为413米, 偏差分别达20.3%与25.8%。

3. 即使傅氏法结果, 残差仍较大, H 值与实际材料明显偏离, 这暗示着可能存在更贴切的山地降水垂直分布模式。

二、山地降水模式探讨

山地降水与海拔高度的关系, 包括最大降水高度 H , 视地区、坡向、季节而异。但多数实际材料表明, 山地降水量先随高度增高而增加, 达最大值后又随海拔增高而递减, 傅氏抛物线型公式即为代表。

但是, 傅氏模式也可能不是唯一的。由于山麓带地形较山牧为缓, 同样高度间隔为, 山麓带降水面积较大, 总降水量较多, 因而空气绝对湿度由山麓向上递减的速率是先快后慢, 呈指数型递减^[5]。与降水有关的相对湿度应与此相关, 故常表现出降水量与地形正相关^[6]。因此, 可以设想, 山麓带降水随高度而增加的速度较慢, 山坡上则增加较快, 至最大降水高度后又向上递减。这种具极大值点和拐点的曲线, 可用高斯型曲线来描述^[7], 为此, 设山地降水 P_z 的分布函数为:

$$P_z = ae^{-b(Z-H)^2} + C$$

式中系数 a 、 b 、 c 及最大降水高度 H 待定。这一方程可直线化为:

$$\ln(P_z - C) = \ln a - b(Z - H)^2$$

据实际观测资料 P_z 、 Z , 凭经验以一定步长分别假定 H 、 C 值, 对 $\ln(P_z - C)$ 与 $(Z - H)^2$ 进行直线回归, 即可得出一组 a 、 b 及相应 Q 值。如此进行双因素优选, 所得 Q 值最小的一组参数值, 即为最佳。对前述两例, 优选结果列于表3、示于图2。

表2 高斯曲线法优选的计算结果

The progress calculat results on normal frequency distribution formula

地 区	H(m)	c	a	b	Q	备 注
茶 岭 南 坡	3340	810	246.14	1.012×10^{-7}	61.1191	H 、 C 步长均为10, 最佳方程为: $P_z = 234.4e^{-1.114 \times 10^{-7}(Z - 3340)^2} + 820$
	3330	820	233.94	1.120×10^{-7}	61.4002	
	3340	820	234.42	1.114×10^{-7}	61.3985	
	3350	820	234.91	1.109×10^{-7}	61.3988	
	3300	830	223.76	1.221×10^{-7}	61.4395	
伏牛山 南 坡	1310	830	275.78	1.772×10^{-6}	116.76	H 、 C 步长均为10, 最佳方程为 $P_z = 275.6C^{-1.733 \times 10^{-6}(Z - 1320)^2} + 830$
	1320	830	275.62	1.735×10^{-6}	112.67	
	1330	830	275.71	1.700×10^{-6}	121.96	
	1366	840	271.05	2.053×10^{-6}	114.41	
	1310	840	270.1	2.010×10^{-6}	117.27	

这一结果与傅氏法结果对比, Q 值大幅度降低, 平均残差仅 0.31% (秦岭南牧) 与 0.46% (伏牛山南牧), 且最大降水高度 H 与实际材料吻合, 表明高斯曲线型模式是可行的 (表 3)。

山地降水按高斯曲线型模式分布, 其参数的物理意义和特征值如下: 1, 将 P_z 对 Z 微商并令其等于 0, 得极值处的高度为 H , 并可用二阶导数证明为极大值, 故 H 为最大降水高度。2, 当 $Z = H$ 时, $P_z = a + b$, 故最大降水量 $P_{max} = a + b$ 。3, 曲线拐点处降水随高度增大最快, 拐点海拔高度 $\hat{Z} = \pm \sqrt{1/2} b + H$ 。4,

和傅氏公式一样, 本式适用范围为“最大降水高度以下及其以上附近的地方”, 在此范围内, 当 Z 最小时, P_z 趋近于 C , 故 C 值是由麓最低处降水量趋近的下限。

两例的分布参数和特征值及其与实际材料的对比列于表 4, 吻合情况是良好的。

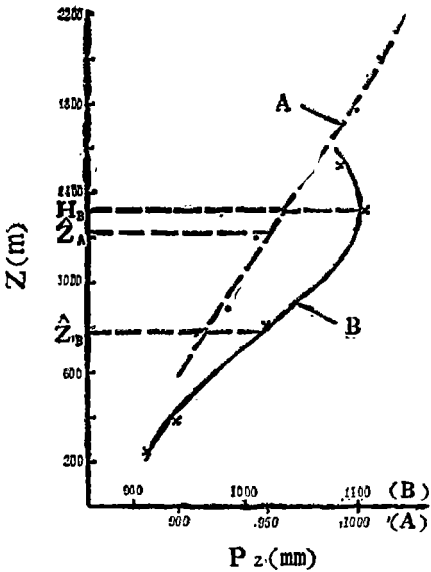


图 2 秦岭南坡(A)、伏牛山南坡(B)年降水量 P_z 按高斯曲线模式的垂直分布
The vertical distribution of annual rain P_z with normal frequency distribution function

表 3 按高斯曲线型模式计算的降水量
The precipitation calculating on normal frequency distribution function

地 区	海 拔 高 度 $Z(m)$	年降水量观测值 $P_z (mm)$	年降水量计算值 $P(mm)$	残 差 $\Delta = P_z - P$	相 对 误 差 (%)
秦 岭 南 坡	2000	1011	1011.9	-0.9	-0.09
	1767	1000	997.9	2.1	0.21
	1200	956	960.7	-4.7	-0.49
	967	949	945.2	3.8	0.40
	887	943	939.9	3.1	0.33
	767	929	932.1	-3.1	-0.33
伏牛山 南 坡	1520	1083	1087.1	-4.1	-0.38
	1320	1110	1105.6	4.4	0.40
	810	1000	1005.5	-5.5	-0.55
	391	898	891.7	6.3	0.70
	217	865	869.1	-2.1	-0.28

因此, 山地降水随高度的变化规律可以是: 从山麓向上, 降水逐渐增加, 且增加的速率逐渐增大, 至增加速率最大的拐点后, 增速逐渐减小, 直至最大降水高度 再向上, 降水则以加速度递减。整个垂直分布呈现高斯曲线型分布规律。

表 4 山地降水垂直分布的特征值
The characteristic values of Mountain precipitation with vertical distribution

地 区	计 算 方 法	H(m)	P _{max} (mm)	\hat{Z} (m)	C (m)
秦岭南坡	傅氏法	2420	1015	/	/
	阎氏法	1928	1001	/	/
	按阎氏公式计算后优选	2086	1009	/	/
	高斯曲线法	3340	1054	1221	820
	实际资料	>2000	>1011	1200-1767	929
伏牛山南坡	傅氏法	1600	1097	/	/
	阎氏法	1187	1084	/	/
	按阎氏公式计算后优选	1306	1100	/	/
	高斯曲线法	1320	1106	783	830
	实际资料	1320	1110	391-810	865

但是，自然界众多山脉的情况是千差万别的，因而高斯曲线型模式即使有代表性，也不是唯一的模式。而且，降水与地理位置密切相关，地区影响和海拔高度的影响是交织重叠的。本文在对比计算结果的精度时，与其它文章一样，尚未能先摒除地区因素影响的成分。因此，本文方法尚待实际材料的进一步验证，并更趋完善。

写作中得郭世平、郑应斗二同志协助，谨此致谢。

参 考 文 献

- (1) 李兆元、傅抱璞：秦岭山地的气候特点，山地气候文集，气象出版社，1984年。
- (2) 傅抱璞：关于山地气候资料的推算问题，山地气候文集，气象出版社，1981年。
- (3) 阎育华、赖洪年：利用降水平均递增率求山地最大降水高度，地理研究，6(1)，1987年。
- (4) 赵特伟：试验数据的整理与分析，中国铁道出版社，1981年。
- (5) 傅抱璞：山地气候，科学出版社，1983年。
- (6) 王明华、杜继稳：秦岭山脉与陕西降水，山地气候文集，气象出版社，1984年。
- (7) 蒋忠信：雪线地带性的定量分析、冰川冻土，6(2)，1984年。

A DISCUSSION ON THE MATHEMATICAL MODEL OF MOUNTAIN PRECIPITATION WITH VERTICAL DISTRIBUTION

jiang Zhongxin

(The 2nd Railroad Survey and Design Institute)

Subject terms: Mountain precipitation, Distribution model

Abstract

This paper discusses by using two examples the calculating question of professor Fu Baopu's experimental formula for Mountain precipitation and points out that the improvement of the calculating method for this formula suggested by Yan Yuhua and Lai Hongnian which was published on Geographical research 6 (1) has a lot of questions. Between the calculating result of Fu's formula and the practical material of the two examples, there appear more differentiations. According to the analysis of the practical material, we suggest a model of normal frequency distribution function for Mountain precipitation P_z with vertical distribution:

$$P_z = ae^{-\frac{1}{2H^2}(z-H)^2} + C$$

where z the altitude; H —the height with the maximum precipitation. This model and its characteristic values (H , P_{max} , the inflection point z and c) can be better identical with the practical material. Thus this model is possible better.