

离散线性水文系统模型 及其参数估算*

王 广 德

(中国科学院
国家计划委员会 地理研究所)

提 要: 本文介绍了连续和离散线性水文系统模型以及它们之间的对应关系, 论述了离散线性水文系统模型的稳定性, 其参数之间的对应关系, 着重说明了现有常用几种水文模型均是离散水文系统模型的特例, 提出了离散线性水文系统模型参数确定的四种方法, 并给出了算例。

主题词: 暴雨径流 线性水文系统模型 目标函数 转移函数

暴雨径流过程的研究是陆地水文学领域中比较核心的问题。暴雨落到流域面上以后, 首先向土壤内下渗, 一部分以壤中流的形式汇入沟渠, 形成地表径流; 一部分继续下渗, 补给地下水; 还有部分以土壤水的形式保持在土壤内, 消耗于蒸发。当土壤含水量达到饱和或者暴雨强度大于入渗强度, 则降雨扣除入渗后便形成坡面流, 汇入河槽, 形成出口流量过程线。由此可知, 整个暴雨径流过程涉及到大气降水、土壤下渗、壤中流、地下水、蒸发、坡面流和河槽汇流, 因此是气象因素和流域自然地理条件相互综合作用的过程。要想用一个数学模式去描述这样一个复杂过程是非常困难的, 甚至是不可能实现的。为此, 必须对暴雨径流形成过程进行某些概化, 提出有一定物理意义的数学模型。1957年世界著名水文学家Nash (纳希) 将流域概化成N个相等水库的串联, 导出著名的纳希模型^[1]; 1972周文德教授将流域或河段概化为若干个演算单元, 根据演算单元的蓄泄关系和水量平衡原理, 导出了一般的线性水文系统模型^[2], 其形式为

$$\left(1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i D^i\right) Q(t) = \left(\sum_{j=0}^q \beta_j D^j\right) I(t) \quad (1)$$

式中 $Q(t)$ 和 $I(t)$ 分别是出流和入流, α_i 和 β_j 是模型待定的参数。

本文1987年4月16日收到, 1988年4月11日收到修改稿。

* 本文为中国科学院地理研究所所长基金项目。

这个模型概念清晰,推导严格,但它有两个致命的弱点:(1)这个连续性模型和离散性水文资料不能匹配起来;(2)由实例资料确定模型参数时还是采用矩配方法,由于求矩差的原因而使模型参数不能过多。为了解决这些问题,笔者1983年将海维赛阶跃函数引入到水文资料中,将离散性降雨资料连续化,和连续性模型匹配起来,导出流域出口断面流量过程线^[3]。1974年Spolia 提出了纳希模型的离散化形式^[4];1982年Oconnor 采用转移函数的概念,对几种特殊的连续水文系统模型进行拉普拉斯变换和Z-变换,导出了其离散形式,并给出了连续性水文系统模型及其相应的离散形式参数之间的关系^[5]。

本文在O'connor和spolia研究的基础上,提出一般离散线性水文系统模型,论证其性质以及模型参数确定方法。

一、离散水文系统模型及其重要性质

1972年周文德教授提出的一般连续线性水文系统模型如式(1)所示,其转移函数为^[3]

$$H(S) = \frac{\beta_n S^n + \beta_{n-1} S^{n-1} + \dots + \beta_1 S + \beta_0}{\alpha_n S^n + \alpha_{n-1} S^{n-1} + \dots + \alpha_1 S + \alpha_0} \quad (2)$$

利用拉普拉斯和Z变换之间的关系,其离散线性水文系统的转移函数为

$H(Z) = \{ \{ H(S) \cdot (e^{ST} - 1)z \} / \{ S \cdot z - e^{ST} \} \}$ 在各个极点上留数的总和。

式中对于在j阶重极点上的留数为

$$\frac{1}{(j-1)!} \left[\frac{d^{j-1}}{dS^{j-1}} \left\{ \frac{(S-P)^j \cdot H(S) (e^{ST} - 1)z}{S \cdot (z - e^{ST})} \right\} \right]_{S=P}$$

将向后平移算子B代替离散线性水文系统的转移函数H(z)中变量Z,即

$$H(B) = H(Z^{-1}) = \theta(B)/\phi(B)$$

其相应的离散水文系统模型为

$$\phi(B) \cdot \theta(t) = Q(B)I(t) \quad (3)$$

式中 $\phi(B)$ 和 $\theta(B)$ 分别为向后平移算子B的多项式;式(3)可写成

$$\begin{aligned} & (1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_r B^r) Q(t) \\ & = (b_0 + b_1 B + \dots + b_q B^q) I(t) \end{aligned} \quad (3a)$$

这就是离散线性水文系统模型的结构形式。

式(3a)中除 a_1 , b_0 和 b_1 外其余参数皆为零时,则简化为著名的马斯京根模型,即

$$Q(t) = a_1 Q(t-1) + b_0 I(t) + b_1 I(t-1)$$

1982年O'Connor导出的N个线性串联水库模型的离散形式为^[6]

$$\begin{aligned} & (1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_n B^n) Q(t) \\ & = (b_0 + b_1 B + \dots + b_{n-1} B^{n-1}) I(t) \end{aligned}$$

令 $P=n$, $q=n-1$, 方程(3a)就变为上式。

以此类推,过去水文上常用的几种概化模型,例如纳希滞时模型,库拉达斯瓦米模型等均可

以化成离散线性水文系统模型的特例。

(一) 离散线性水文系统模型的稳定性

方程(3)中 $\phi(B)$ 是自相关运算因子,很显然,这是一个以向后平移算子 B 为变量的多项式。根据离散线性系统的性质,式(3)稳定的必要条件是特征方程:

$$\phi(B) = 0 \quad (4)$$

所有的根必须位于单位圆外^[7]。对于具有一组已估算出参数值的离散水文模型可用方程(4)来检验所确定的参数是否使模型稳定,其具体检验可采用Schwarz和Friedland(1965)提出的方法^[8]。

(二) 模型参数之间的关系

如果在时刻 t 内, $I(t)$ 表示有效降雨, $Q(t)$ 表示出口流量,在 m 个时段后无水蓄在系统内,那末总入流等于总出流,即

$$\sum_{t=1}^m Q(t) = \sum_{t=1}^m I(t) \quad (5)$$

另外,如果在 $t=0$ 以前所有的出流和入流都是零,那末当 $t=1,2,3,\dots,m$ 时,方程(3a)展开为

$$\begin{aligned} Q(1) &= b_0 I(1) \\ Q(2) &= a_1 Q(1) + b_0 I(2) + b_1 I(1) \\ Q(3) &= a_1 Q(2) + a_2 Q(1) + b_0 I(3) + b_1 I(2) + b_2 I(1) \\ &\vdots \\ Q(m) &= a_1 Q(m-1) + a_2 Q(m-2) + \dots + a_p I(m-p) \\ &\quad + b_0 I(m) + \dots + b_q I(m-q) \end{aligned} \quad (6)$$

将方程(6)左边和右边分别累加起来得:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^m Q(t) &= \left\{ a_1 \sum_{t=1}^{m-1} Q(t) + a_2 \sum_{t=1}^{m-2} Q(t) + \dots + a_p \sum_{t=1}^{m-p} Q(t) \right\} \\ &\quad + \left\{ b_0 \sum_{t=1}^m I(t) + b_1 \sum_{t=1}^{m-1} I(t) + \dots + b_q \sum_{t=1}^{m-q} I(t) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

用 $\sum_{t=1}^m Q(t)$ 除以方程(7)的两边得

$$\begin{aligned} 1 &= a_1 \sum_{t=1}^{m-1} Q(t) / \sum_{t=1}^m Q(t) + \dots + a_p \sum_{t=1}^{m-p} Q(t) / \sum_{t=1}^m Q(t) \\ &\quad + b_0 \sum_{t=1}^m I(t) / \sum_{t=1}^m Q(t) + \dots + b_p \sum_{t=1}^{m-1} I(t) / \sum_{t=1}^m Q(t) \end{aligned} \quad (8)$$

在实际问题中,时段 m 远远大于 p 和 q ,而且不为零的有效降雨仅仅出现在最初几个时段内,因而方程(8)中 b 的系数是单位1,而方程(8)中 a 的系数一般小于1但很接近1,并令

其等于 1, 因此可以得出下列参数之间的关系式:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p + b_1 + b_2 + \dots + b_q = 1.0 \quad (9)$$

二、模型参数估算方法

离散线性水文系统模型参数可由输入和输出资料用下述四种方法来确定, 这四种方法是拉格朗日乘子法, 相关函数法, 线性规划方法和二次非线性规划方法。

如果有效降雨转换成地表径流的确是线性和时不变, 而且有效降雨和出流资料的观测是无误差的, 那末参数的估算将是非常容易的, 方程 (6) 中所有单个方程将是相溶的, 而且这些方程中任何 2 N 个方程的解将自动满足其它所有方程。但在实际中, 降雨和出流的观测是有误差的, 而且流域系统不一定是线性和时不变的。我们的目的是使观测流量值和由式 (6) 得出的计算值之差的平方和或绝对值总和最小来确定其模型参数, 因此上面提到的四种方法可用于确定模型参数。

(一) 拉格朗日乘子法

我们令观测流量和计算值之差为 $e(t)$, 那末

$$e(t) = Q(t) - \hat{Q}(t) \quad (10)$$

式中 $Q(t)$ 是 t 时刻的观测流量, $\hat{Q}(t)$ 是相应的由方程 (6) 得出的计算值。方程 (10) 可写成矩阵形式, 即

$$E = Q - A\beta \quad (11)$$

式中 $E = [e(1), e(2), \dots, e(m)]$

$$Q = [Q(1), Q(2), Q(3), \dots, Q(m)]$$

$$\beta = [a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, \dots, b_q]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & I(1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ Q(1) & 0 & \dots & I(2) & I(1) & 0 & \dots & 0 \\ Q(2) & Q(1) & \dots & I(3) & I(2) & I(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Q(m) & Q(m-1) & \dots & I(m) & I(m-1) & \dots & \dots & I(m-q) \end{bmatrix}$$

这样, 其目标函数可写成

$$\text{Minf}(\beta) = E^T \cdot E \quad (12)$$

$$\text{约束条件} \quad \sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j = 1.0 \quad (13)$$

方程 (12) 和 (13) 形成了非线性最优化问题, 求解这个问题最简便的方法是拉格朗日乘子法, 令拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}
 L(\beta, \lambda) &= f(\beta) - \lambda \left[1 - \sum_{i=1}^p a_i - \sum_{j=0}^q b_j \right] \\
 &= (Q - A\beta)^T (Q - A\beta) - \lambda \left[1 - \sum_{i=1}^p a_i - \sum_{j=0}^q b_j \right] \quad (14)
 \end{aligned}$$

式中 λ 是拉格朗日乘子, 使方程(14)优化的必要条件是:

$$\frac{\alpha L(\beta, \lambda)}{\alpha \beta} = -2A^T Q + 2A^T A\beta + \lambda = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\alpha L(\beta, \lambda)}{\alpha \lambda} = -1 + \sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=0}^q b_j = 0 \quad (16)$$

因为拉格朗日函数是二次式, 它的第一阶偏导数得出了含有未知数 a_i, b_j 和 λ 的一组线性方程组, 未知数和方程个数完全相同, 等于 $p+q+2$ 。联解方程组(15)和(16)就可得到向量 β 的一组值。

(二) 相关函数法

相关函数能够由入流和出流系列求出, 将方程(3a)两边分别同乘以 $Q(t-k), I(t-L)$, 并取其数学期望值, 得

$$\begin{aligned}
 \gamma_Q(k) &= a_1 \gamma_Q(k-1) + \dots + a_p \gamma_Q(k-p) + b_0 \gamma'_{IQ}(k) \\
 &\quad + \dots + b_q \gamma'_{IQ}(k-q) \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_{IQ}(-L) &= a_1 \gamma_{IQ}(1-L) + \dots + a_p \gamma_{IQ}(p-L) + b_0 \gamma_I(L) \\
 &\quad + \dots + b_q \gamma_I(L-q) \quad (18)
 \end{aligned}$$

式中 $\gamma_Q(k-p) = E\{Q(t-p)Q(t-k)\}$ $\gamma'_{IQ}(k-q) = E\{(Q(t-k)I(t-q))\}$

$\gamma_{IQ}(p-L) = E\{I(t-L)Q(t-p)\}$ $\gamma_I(L-q) = E\{I(t-q) \cdot I(t-L)\}$

用 $\gamma_Q(0)$ 和 $\gamma_{IQ}(0)$ 分别除以方程(17)和(18), 可得下列方程

$$\begin{aligned}
 \rho_Q(k) &= a_1 \rho_Q(k-1) + \dots + a_p \rho_Q(k-p) \\
 &\quad + b_0 \rho'_{IQ}(k) + \dots + b_q \rho'_{IQ}(k-q) \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{IQ}(-L) &= a_1 \rho_{IQ}(1-L) + \dots + a_p \rho_{IQ}(p-L) \\
 &\quad + b_0 \rho_I(L) + \dots + b_q \rho_I(L-q) \quad (20)
 \end{aligned}$$

式中 $\rho_Q, \rho'_{IQ}, \rho_{IQ}$ 和 ρ_I 是相关系数。

在方程(19)和(20)中分别令 $k=1, 2, \dots, p$ 和 $L=1, 2, \dots, q$, 就可得到 $p+q+1$ 个方程, 写成矩阵形式, 即

$$\bar{\beta} = G^{-1}B \quad (21)$$

式中 $\bar{\beta} = [a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q]$

$B^T = [\rho_Q(1), \rho_Q(2), \dots, \rho_Q(p), \rho_{IQ}(0), \rho_{IQ}(-1), \dots, \rho_{IQ}(-q)]$

$$G = \begin{pmatrix} 1.0 & \rho_Q(1) & \cdots & \rho_Q(p-1) & \rho'_{1Q}(1) & \cdots & \rho'_{1Q}(1-q) \\ \rho_Q(1) & 1.0 & \cdots & \rho_Q(p-2) & \rho'_{1Q}(2) & \cdots & \rho'_{1Q}(2-q) \\ \vdots & \vdots & & & & & \\ \rho_Q(p-1) & \rho_Q(p-2) & \cdots & 1.0 & \rho'_{1Q}(p) & \cdots & \rho'_{1Q}(p-q) \\ \rho_{1Q}(1) & \rho_{1Q}(2) & \cdots & \rho_{1Q}(p) & 1.0 & \cdots & \rho_1(q) \\ \vdots & \vdots & & & & & \\ \rho_{1Q}(1-q) & \rho_{1Q}(2-q) & \cdots & \rho_{1Q}(p-q) & \rho_1(q) & \cdots & 1.0 \end{pmatrix}$$

(三) 线性规划方法

线性规划方法可以用来确定离散水文系统模型的参数, 其目标函数是寻求观测流量和相应计算值之差的绝对值总和为最小, 即

$$\text{Min} \sum_{t=1}^m |e(t)| \quad (22)$$

这个非线性目标函数可以用其相应的线性目标函数来代替, 即

$$\text{Min} \sum_{t=1}^m [u(t) - v(t)] \quad (23)$$

$$\text{式中 } U(t) - V(t) = e(t) \quad U(t) \geq 0, \quad U(t) \geq 0 \quad (24)$$

将式 (24) 代入式 (11) 得到一组矢量限制条件:

$$U^T - V^T = Q - A\bar{\beta} \quad (26)$$

$$\text{式中 } U = [u(1), u(2), \dots, u(m)] \quad V = [v(1), v(2), v(m)]$$

最后一个约束条件是

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p + b_0 + b_1 + \dots + b_q = 1.0 \quad (27)$$

方程 (23), (24), (25), (26) 和 (27) 组成线性规划形式, 很容易借助于线性规划子程序来求解。

(四) 非线性规划方法

线性规划要求目标函数和约束条件均是线性的, 就离散水文模型而言, 所有的约束条件都是线性的, 如果我们希望的目标函数是观测值和计算值的平方和为最小, 那末目标函数就是非线性问题, 这样可以用非线性规划来确定其参数, 目标函数为

$$\text{Min} \bar{e}^T \cdot \bar{e} \quad (28)$$

$$\text{约束条件为 } Q - A\bar{\beta} = \bar{e} \quad (28a)$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p + b_0 + b_1 + \dots + b_q = 1.0 \quad (28b)$$

求解这个非线性问题可用二次规划方法求解, 很多文献中已介绍了这一方法, 例如Himme-brau方法 (1974) [8], 这里就不赘叙了。

三、计算例子

我们假设具有蓄水常数 $K_1 = 1.5$, $K_2 = 2.0$ 和 $K_3 = 2.0$ 三个水库串联, 有效降雨过程列于表 1 中

表 1 有效降雨过程

Effective rainfall

t(h)	1	2	3	4	5
p(m ³ h)	500.0	750.0	1000.0	600.0	200.0

我们用上述三个不等线性水库串联模型, 按常规方法求出时段单位线, 将有效降雨和时段单位线叠加, 得出出流过程列于表 2 中

表 2 出流过程

Outflow estimated using routine method

t(小时)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Q(m ³ /s)	6.4	39.1	107.0	202.1	290.5	343.0	352.9	330.3	920.1	214.1	198.4	157.4	122.4

t(小时)	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Q(m ³ /s)	93.8	71.1	53.3	39.7	29.3	21.6	15.8	11.5	8.4	6.1	4.4	3.2	2.1	1.2	0.5	0.1

我们选用具有 6 个参数的离散水文模型, 其形式为

$$Q(t) = a_1 Q(t-1) + a_2 Q(t-2) + a_3 Q(t-3) + b_0 I(t) + b_1 I(t-1) + b_2 I(t-2)$$

根据出流和有效降雨过程, 我们用上述四种方法来确定其模型参数

(一) 拉格朗日乘法

由表 1 和表 2 的资料和相应的方程 (14a) 和 (15), 我们可得

$$Q^T = (6.4 \quad 39.1 \quad 107.0 \quad 202.1 \quad 290.5 \quad \cdots \quad 0.1) \quad (29)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 500.0 & 0.0 & 0.0 \\ 6.4 & 0.0 & 0.0 & 750.0 & 500.0 & 0.0 \\ 39.1 & 6.4 & 0.0 & 1000.0 & 750.0 & 500.0 \\ 107.0 & 39.1 & 6.4 & 6000.0 & 1000.0 & 750.5 \\ 202.1 & 107.0 & 39.1 & 230.0 & 600.0 & 1000.0 \\ & & & & & 600.0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.5 & 1.2 & 2.1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

将方程 (29) 和 (30) 代入方程 (14) 中并解方程 (15) 和 (16) 就得到下面一组解

$$\begin{aligned} \beta^T &= (a_1 \ a_2 \ a_3 \ b_0 \ b_1 \ b_2) \\ &= (1.84, -1.118, 0.225, 0.6127, 0.0356, 0.0057) \end{aligned}$$

(二) 相关函数法

根据方程 (22), 可求解矢量 β

$$\beta = G^{-1}B$$

式中矢量 B 和矩阵 G 可由表 1 和表 2 的资料计算出, 其结果为

$$\begin{aligned} B^T &= (\rho_{00}(1), \rho_{00}(2), \rho_{00}(3), \rho_{10}(0), \rho_{10}(1), \rho_{10}(2)) \\ &= (0.975, 0.905, 0.803, 0.141, 0.216, 0.349) \end{aligned}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.975 & 0.905 & 0.203 & 0.435 & 0.744 \\ 0.975 & 1.0 & 0.975 & 0.07 & 0.203 & 0.435 \\ 0.905 & 0.975 & 1.0 & 0.016 & 0.07 & 0.203 \\ 0.007 & 0.023 & 0.005 & 1.0 & 0.834 & 0.520 \\ 0.141 & 0.067 & 0.023 & 0.834 & 1.0 & 0.834 \\ 0.216 & 0.141 & 0.067 & 0.52 & 0.834 & 1.0 \end{pmatrix}$$

在上述矩阵中, $\rho'_{10}(-1) = 0.711$ 和 $\rho'_{10}(1) = 0.203$ 是不相等的, 同样 $\rho_{10}(-1)$ 也不等于 $\rho_{10}(1)$ 。

方程的解是

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.901 \quad a_2 = -1.213 \quad a_3 = 0.262 \\ b_0 &= 0.0131 \quad b_1 = 0.0357 \quad b_2 = 0.0009 \end{aligned}$$

(三) 线性规划方法

由表 1 和 2 资料并根据方程 (23a—27), 我们可列出下列线性规划形式:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{20} [u(t) + v(t)]$$

约束条件为

$$\begin{aligned} 500b_0 + u(1) - v(1) &= 6.4 \\ 6.4a_1 + 750b_0 + 500b_1 + u(2) - v(2) &= 39.1 \\ 39.1a_1 + 6.4a_2 + 1000b_0 + 750b_1 + 500b_2 + u(3) - v(3) &= 107.0 \\ &\vdots \\ 2.1a_1 + 1.2a_2 + 0.5a_3 + u(29) - v(29) &= 0.1 \\ a_1 + a_2 + a_3 + b_0 + b_1 + b_2 &= 1.0 \\ n(t) \geq 0, \quad v(t) \geq 0 \end{aligned}$$

另外如果使用线性水库串联模型，还有其它三个约束条件^[1]，即

$$b_0, b_1, b_2 \geq 0 \quad a_1, a_3 \geq 0 \quad a_2 \leq 0$$

线性规划的解为

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.84 \quad a_2 = -1.114 \quad a_3 = 0.223 \\ b_0 &= 0.0128 \quad b_1 = 0.0354 \quad b_2 = 0.0059 \end{aligned}$$

(四) 非线性规划方法

根据方程 (28)，(28a) 和 (28b) 以及表 1 和 2 的资料，二次规划形式如下

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{29} [e(t)]^2$$

约束条件为 $Q - A\bar{\beta} = \bar{e}$

$$a_1 + a_2 + a_3 + b_0 + b_1 + a_2 = 1.0$$

二次规划的解为

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.84 \quad a_2 = -1.114 \quad a_3 = 0.223 \\ b_0 &= 0.0128 \quad b_1 = 0.0354 \quad b_2 = 0.0059 \end{aligned}$$

现将四种方法和理论方法得出的参数列于表 3 中。

表 3 各种方法计算的参数值
Values of parameters estimated from various methods

参数值 方法	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2
拉格朗日乘法	1.840	-1.118	0.225	0.0127	0.0356	0.0057
相关函数法	1.901	-1.213	0.262	0.0131	0.0357	0.0009
线性规划法	1.840	-1.114	0.223	0.0128	0.0354	0.0059
非线性规划法	1.840	-1.114	0.223	0.0128	0.0354	0.0059
理论计算值	1.840	-1.114	0.223	0.0128	0.0354	0.0059

由四种不同的方法和理论公式得出的结果列表于(3)中便于比较。由表(3)可看出,这四种方法得出的结果和理论值基本一致,说明这些方法可以使计算的模型参数能够还原,克服了过去常用矩配方法计算参数不能还原的缺点。

离散线性水文系统模型是借助拉普拉斯变换和Z-变换直接由其连续形式导出,物理概念明确,推导严格,可直接应用离散水文资料借助于各种优化方法来估算模型参数,使其模型误差平方和达到极小。

根据流域或河段水量平衡原理,从理论上导出了离散水文系统模型参数之间的关系,从物理概念上为确定模型参数提供了一个约束条件,使其参数计算更加合理,更接近于真实值。

离散水文系统模型应用范围广,包括了过去水文上常用的很多模型,例如纳希模型、马斯京根模型等,因此它既可以适用于流域暴雨径流的计算,也可以应用于河段上下游洪水演算。根据流域大小和其它自然地理特征,借助于现有的流域或河段水文资料可以采用三参数、四参数和六参数等不同参数个数的离散水文系统模型,并可借用线性系统理论中的方法来检验其模型的参数。

从算例和数场实际流域暴雨径流计算结果来看,离散水文系统模型不但模拟流量过程线精度高,而且计算方法简便,容易在计算机上实现,因此便于为实际水文工作者掌握,易于推广。

参 考 文 献

- (1) Nash, J. E. : The form of the instantaneous unit hydrograph, Int. Assoc. Sci. Hydrol., 45 (3): 114-121, 1957.
- (2) Chow, V. T. : Hydrologic modeling, The seventh John R. Freeman memorial lecture, Proc., Boston Soc. Civ. Eng., 60(5): 1-27, 1972.
- (3) Wang, G.-T and Wu, K.: The unit-step function response for several hydrological conceptual models, J. Hydrol., 62: 119-128, 1983.
- (4) Spolia, s. k., and Chander, S.: Modelling of surface runoff systems by an ARMA model, J. Hydrol., 22: 317-332, 1974.
- (5) O'connor, K. M. : Derivation of discretely coincident forms of continuous linear time-invariant models using the transfer function approach, J. Hydrol., 59: 1-18, 1982.
- (6) Wang, G.-T.: The determination of parameters by linear programming for a model with N-linear reservoirs in series, J. Hydrol., 81: 171-177, 1985.
- (7) Box, G. E. P. and Jenkins, G. m., Time series analysis forecasting and control, Holden-Day, San Francisco, Calif., 1976.
- (8) Schwarz, R. j. and Friedland, R., Linear systems, McGraw-Hill, New York, N. Y., 1965.
- (9) Himmelbrau, D. M. : Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill, New York, N. Y., 1974.

DISCRETE LINEAR HYDROLOGIC SYSTEMS MODEL AND ESTIMATION OF IT'S PARAMETERS

Wang Guangde

(Institute of Geography, Chinese Academy of Sciences and State
Planning Commission of The People's Republic of China)

Subject terms: Rainfall-runoff, Linear hydrologic systems model, Objective
function, Transfer function

Abstract

Significant advances have been made in adopting the linear systems theory in modeling the rainfall-runoff process since Nash proposed the model with equal reservoirs in series in 1957. Such hydrologic models, known as input-output models, are attempted to establish a causal linkage between two or more observed phenomena without detailed description of the physical process under investigation.

Continuous models maybe handled elegantly with operational mathematics. However, hydrologic data are almost always discrete. Therefore, discrete models are of general interest in practice. The purpose of this paper is to present a discretely coincident form of general linear hydrologic system models, to describe some important properties of discrete, linear, hydrologic system model and to suggest different methods for estimating parameters with numerical examples.