

# 梯度扩散理论在能量和物质 输送计算中的若干问题

陈 发 祖

(中国科学院 地理研究所)  
(国家计划委员会)

**提 要:** 本文用近年来的大量观测结果, 揭示了被长期使用的梯度扩散理论的问题和局限性。讨论了它的成立条件: 只有当湍流的涡旋尺度远小于梯度变化的空间尺度时, 梯度扩散理论才可以正确使用。对于几种典型的近地层条件, 计算了它们的湍流的涡旋尺度, 从而说明了梯度扩散理论在这些条件下失败的原因。

**主题词:** 梯度扩散理论 能量和物质传输

下垫表面和近地大气层之间的动量、热量和物质输送, 是微气象学、水文学、农学、土壤学、植物生理学和植物生态学等许多学科领域共同的重要研究问题, 它不仅为各种天气和气候模式提供边界条件参数, 同时在地表环境系统的物质能量流的理论研究, 以及在生产实践中都具有直接重要意义。

长时间以来, 测定和计算下垫面和近地大气层之间的动量、热量和物质传输的方法主要是依据梯度扩散理论, 其原因是这种方法不但具有一定的物理基础, 同时实际应用时也简单方便, 在计算通量时, 它只需要某物理属性的廓线分布, 而这是比较容易测定的。

梯度扩散方法实际上是分子扩散理论的一种简单模拟和延伸。在分子扩散中, 物理量的空间分布特征是同源和汇联系在一起, 物质和能量流沿着梯度方向传输, 担负传输过程的载体在层流运动中是分子, 而在湍流交换过程中被认为是涡旋 (Taylor 1932, Prandtl 1925)。

梯度扩散理论的普遍形式可表示为:

$$F_s = -K_s \cdot \partial C_s / \partial z \quad (1)$$

式中  $F_s$  是某物理属性  $s$  的通量密度,  $K_s$  是其扩散系数,  $\partial C_s / \partial z$  是其浓度梯度。在近地大气层中, 动量、热量和水汽通量的梯度扩散计算方法可用下列公式表示<sup>[1]</sup>

$$\tau = \bar{\rho} K_m \partial \bar{u} / \partial z \quad (2)$$

$$H = -\bar{\rho} C_p K_h \partial \bar{\theta} / \partial z \quad (3)$$

$$\lambda E = -\bar{\rho} \lambda K_q \partial \bar{q} / \partial z \quad (4)$$

式中  $\tau$ ,  $H$  和  $\lambda E$  相应为空气应力 (动量输送)、热量和水汽通量,  $\bar{\rho}$  是平均空气密度 (应为干空气和水汽密度之和, 即  $(\bar{\rho} = \bar{\rho}_a + \bar{\rho}_v)$ ),  $\bar{u}$ ,  $\bar{\theta}$  和  $\bar{q}$  是平均风速、位温 and 比湿,  $C_p$  为空气定

压比热,  $\lambda$  为水汽潜热系数,  $z$  是高度,  $K_m$ ,  $K_h$  和  $K_q$  为动量、热量和水汽的湍流扩散系数, 它们取决于风的切变和热力层结, 即:

$$K_i = \kappa u_* (z-d) / \Phi_s \quad (5)$$

这里的  $s$  代表  $m$ 、 $h$  或  $w$ ;  $\kappa$  是 Von Karman 常数, 取值为 0.4;  $u_*$  为摩擦速度 ( $=\sqrt{\tau/\rho}$ );  $d$  为零面位移高度;  $\Phi$  为无因次稳定度  $\xi$  的函数,  $\xi = (z-d)/L$ ;  $L$  为 Monin-Obukhov 长, 定义为

$$L = -\bar{\rho} C_p u_* \bar{\theta}' / g \kappa H$$

式中  $g$  为重力加速度, 绝热条件时  $\xi = 0$ ; 非绝热层结, 当  $\xi > 0$ , 大气处于稳定状态;  $\xi < 0$  时, 大气处于不稳定状态, 无因次影响函数  $\Phi$  与大气稳定度有关, 其函数形式只能根据试验决定, 近二十年来, 微气象研究的一个重要方面, 就是在寻求  $\Phi$  的经验函数形式。目前大多数近地层物理研究所采用的是所谓 Dyer-Businger 公式<sup>[1]</sup>:

中性条件下 ( $\xi = 0$ ):

$$\Phi_m = \Phi_h = \Phi_w = 1 \quad (6)$$

不稳定条件下 ( $\xi < 0$ ):

$$\Phi_m^2 = \Phi_h = \Phi_w = (1 - 16\xi)^{-1/2} \quad (7)$$

稳定条件下 ( $\xi > 0$ ):

$$\Phi_m = \Phi_h = \Phi_w = 1 + 5.2\xi \quad (8)$$

公式 (6) — (8) 虽然不是没有争议的, 但它仍是目前大多数微气象学家所接受的普遍应用的形式, 它可说是近二十年来近地边界层气象研究的一项重要进展, 它是许多国家研究者和国际合作的研究小组大量试验研究结果的概括, 这些试验都是在均匀平坦粗糙度比较小的草地, 以及水面上进行的<sup>[2]</sup>。

本文将根据作者及其他的试验结果, 讨论梯度扩散方法的应用问题以及在理论上的局限性, 并结合研究了近地大气层的湍流尺度问题。

## 一、理论与实验结果的矛盾

大量试验表明, 上述通量—梯度关系在一般应用中是成功的, 这多半是在光滑平坦表面、草地、水面以及矮杆作物 (如小麦水稻等) 的条件下, 近十多年来, 根据湍流脉动场的观测, 利用涡度相关方法可对通量进行直接测量, 即:

$$\tau = -\bar{\rho} \cdot \overline{w' u'} \quad (9)$$

$$H = \bar{\rho} C_p \overline{w' \theta'} \quad (10)$$

$$\lambda E = \bar{\rho} \lambda \overline{w' q'} \quad (11)$$

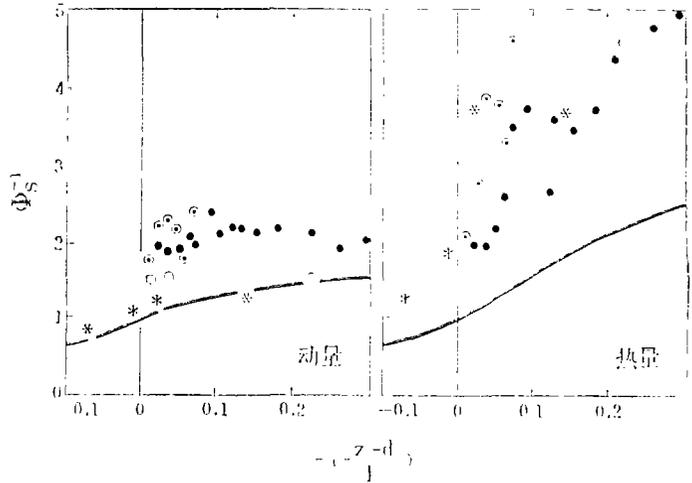
这样, 有了可能在更广泛的范围对梯度扩散理论进行检验, 试验已表明在水平非均一的平流条件, 在高杆作物和森林覆盖上以及在植物冠层内部, 梯度扩散理论遇到较大困难和严重失败。

1. 实际应用时, 热量扩散交换系数和水汽扩散交换系数两者相等的假定, 已经沿用了上百年。从 (6) — (8) 式也可看出, 在各种稳定度条件下, 热量和水汽的函数总是被看

作一致的，许多试验也证明了这个假定是正确的（虽然，从理论上梯度扩散方法并不要求热量、水汽及动量扩散系数必然相等）。实验上要严格检验这一假定，必须要有能够直接测定热通量和水汽通量的方法和仪器。比较可靠和准确的方法是七十年代以来发展起来的涡度相关技术。Warhaft (1976) [3]从基本的热量和水汽传输方程出发，对压力项进行参数化后，首次从理论上说明了在一定条件下热量扩散交换系数不会与水汽交换系数相等。这个条件就是温度和湿度廓线分布具有不同的形状（比如 $\partial\theta/\partial z > 0$ ， $\partial q/\partial z < 0$ ）。大多数绿洲非均匀下垫面上平流逆温条件就是一个例子。Motha (1979) 等[4]在干旱地区的灌溉小麦地发现用传统的包文比能量平衡法（基于水汽和热量交换系数两者相等的基本假定）计算的蒸发量比实测值高一倍半，这表明了热量和水汽扩散系数同等性是不正确的，这个实验还说明了热量扩散交换系数应比水汽扩散交换系数大。但是这一数量关系的结果与Warhaft的分析理论相抵触，作者与Lang等人[5]在澳大利亚干旱地中的灌溉水稻地上进行了一次实验，这次实验中采用了Lyman- $\alpha$ 仪器测量水汽的脉动变化，这比Motha所用的热电偶湿球元件在频率响应上有了显著改进，实验同样证明了热量与水汽扩散系数的不等性。同时它还证明了热量扩散交换系数小于水汽扩散交换系数。这与Warhaft的理论分析结果是一致的。

2. 近年来在粗糙度较大的下垫面上，比如高秆作物和森林，一些实验发现用梯度扩散理论计算的热通量、水汽通量以至动量通量垂直输送量比用涡度相关技术直接测定的通量结果有较大的差异，后者比前者在数量上要高2-3倍之多。

其典型代表是 Raupach [6] 在松林的实验，Garratt [7] 在热带稀树草原(Savanna)上的试验，以及作者本人在桉树林自然保护区的实验[8]，现把不同的实验结果汇总于图1。图中表示的是无因次影响函数  $\Phi$  和大气稳定度  $\xi$  的关系，各种符号和点是各个实验的结果，图中实线表示由通量—梯度关系〔式(6) - (8)〕的计算值。由图1可见，基于梯度扩散理论所建立起来的通量—梯度关系，在粗糙下垫面上于实际相差很大，这种差异与地表粗糙结构和大气稳定度有密切关系，作者在文



- \* — Raupach (1979) 在松树林的试验结果
- — Garratt (1980) 在热带疏林草原的试验结果
- — Denmead (1986) 在松树林的试验结果
- ⊙ — 陈发祖 (1987) 在桉树林的试验结果

图中实线是按Dyer-Businger通量剖面关系的计算结果。

图 1 无因次影响函数  $\Phi$  与稳定度参数  $\xi$  的关系  
Relations between the non-dimensional influence function  $\Phi$  and the stability parameter  $\xi$

献(8)中对此作了详尽研究。

3. 近来在植物冠层内部的试验<sup>[9]</sup>揭示了梯度扩散理论更为严重的问题, 不仅计算通量在数量上与实测值不符, 甚至通量的方向也完全相反, 即得到所谓的反梯度通量现象。Denmead等人在松树林的观测发现, 通常在冠层内部温度廓线是一种逆温分布, 最高温度白天在冠层上部叶丛密集处, 湿度廓线则几乎是等湿均匀分布, 梯度较小, 按梯度扩散理论, 在冠层内部应该存在着从上到下的热量通量和几乎为零的水汽通量。但是用涡度相关技术实际测量到相当显著的方向向上的热量通量和水汽通量。在作者的桉树林试验中, 在紧贴冠层上部邻近气层中, 也观测到12次反梯度热通量现象, 观测期间冠层上部气层都有逆温分布, 因此按梯度扩散方法算出的通量应是向下的, 但是用涡度相关法实际测到的是向上的通量。这12次观测都发生在白天, 净辐射平衡值在250 w/m<sup>2</sup>以上, 显热通量也都在200 w/m<sup>2</sup>以上, 因此所观测到的反梯度通量不可能是在通量较小时由于种种观测和计算误差所致。

## 二、梯度扩散理论成立条件的判据

### 1. 梯度扩散理论的成立条件

扩散理论从根本上来说都是建立在传输现象的微观连续性假定上。从而从宏观上看来, 传输过程似乎是一种连续过程。这也是所有“混合长”理论的出发点。

设 $P(z, t)$ 是某任意保守物理属性量, 一般来说它应是空间和时间的函数, 该物理属性通过空间向某平面的通量可定义为:

$$-F(z, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^z P(z, t) dz \quad (12)$$

如果担负物理属性 $P$ 传输的质点单元, 从统计上说在空间分布上是均匀的, 同时设运动又是定常的, 它们的状况则可用平均自由长 $l$ 和均方根速度 $V$ 来描述, 如果所有质点均以速度 $V$ 运行了距离 $l$ , 则平均通量可由此很容易推算出来。如图2所示, 在位置 $z$ 上的质点可认为是从 $z+l$ 和 $z-l$ 两个方向上来的, 它们应带来在初始位置上的相应的 $P$ 值, 即 $P(z+l)$ 和 $P(z-l)$ , 在到达 $z$ 后, 那些大于 $z$ 位置上 $P(z)$ 值的质点将立即失去其过剩值, 那些低于 $P(z)$ 值的, 将会立即得到补足, 在单位时间内在 $N$ 个质点中如果有一半质点通过每一方向, 则平均通量应为:

$$\bar{F}(z, t) = \frac{1}{2} NV [p(z-l) - p(z+l)] \quad (13)$$

将 $p(z-l)$ 和 $p(z+l)$ 在 $z$ 点附近分别展开成Taylor级数, (13)式变为

$$\bar{F}(z, t) = -NV [lP_z + l^3/3! P_{zzz} + l^5/5! P_{zzzzz} + \dots] \quad (14)$$

式中 $P_z, P_{zzz}$ 等为 $P$ 的各级奇数导数(所有的偶数项已抵消掉了), 如果忽略所有的高次项,

(14)式就简化为最简单的梯度扩散公式

$$\bar{F}(z, t) = -K_p \frac{\partial P(z, t)}{\partial z} \quad (15)$$

扩散系数  $K_p = NVl$ 。(14)式在定常和统计上均匀条件下应该是严格成立的。如果平均自由长  $l$  和均方根速度  $V$  亦随时间和空间而异,它们在  $z$  附近将一般不再是对称的,在推导时,这两个变量亦应按 Taylor 级数展开,结果(14)式的形式将复杂的多,它将不仅包括所有的  $P$  的偶数导数项,还有  $l$ ,  $V$  和  $P$  的各级时空变化项。

不过,无论(14)式形式如何,最简单的(15)式梯度扩散公式近似成立的条件必须是:二级导数项或更高级的导数项的值要远小于一级导数项,即:

$$|1/2 l^2 P_{zz}| \ll |l P_z| \quad (16)$$

或改写为

$$P/P_{zz} \gg l \quad (17)$$

Corrsin (1974) [10]曾对此梯度扩散理论的成立条件作过更严格的论证。

(17)式具有明显的物理意义,它实际上规定了简单的梯度扩散模式成立的物理条件,即:只有在湍流涡旋的尺度比梯度变率的空间尺度小很多时,梯度扩散理论才能应用。这也就是说梯度扩散理论的适用性取决于湍流运动的结构,或者说取决于湍流涡旋的尺度。这种成立条件实际上要求湍流运动是一种局地性的,而这种条件在近地大气层中,在许多情况下都是难以满足的。

### 2. 近地大气层中的湍流尺度

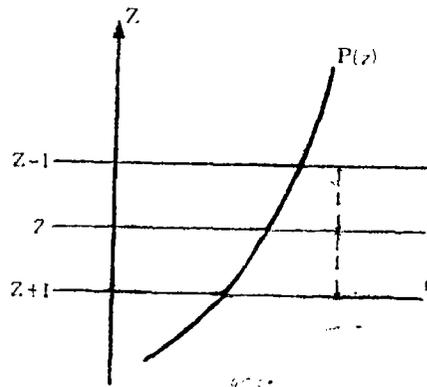
近地大气层中,下垫表面和大气之间,或是植被冠层内部的动量、热量和物质交换过程是一种湍流涡旋的混合过程。湍流混合过程同气体的分子扩散交换过程,实际上并没有严格相似之处。理想气体动力学理论中动量输送是靠弹性分子之间的碰撞过程进行的。湍流运动的动量输送,则要求在空间一定距离上流体质点的两个相互正交的速度分量间存在密切的相关关系。这种距离可用Lagrangian积分长来量度,不过此积分长几乎不可能从实际运动中由实验上得到。对于高Reynolds数的湍流运动来说,此积分长与Eulerian积分长的数量级大致相同。而后者可从常规的自相关系数计算。Eulerian时间尺度 $\bar{\tau}$ 可表示为自相关系数 $R_{uu}(\tau)$ 的积分:

$$\bar{\tau} = \int_0^{\infty} R_{uu}(\tau) d\tau \quad (18)$$

而

$$R_{uu}(\tau) = \frac{u(t)u(t+\tau)}{\sigma_u^2} \quad (19)$$

Eulerian时间尺度 $\bar{\tau}$ 的物理意义可认为是对空间某点上运动的记忆的一种量度。由Eulerian



图中箭头所示的热通量H和水汽通量λE是用湍度相关技术直接测定的,其方向与梯度方向正好相反,这种通量不是由于局地的小涡旋传输的结果。从冠层外部卷下来的大涡旋在传输中起作主导作用,它们带来的空气,其温度比冠层内要低( $\theta' < 0$ )湿度也小( $q' < 0$ ),结果形成了实际上向上的通量输送。

图 2 松树林冠层内部的温度和湿度的廓线  
Profiles of temperature and humidity within a pine forest canopy

时间长就可算出Eulerian长度尺度（根据Taylor假设），即

$$L_e = \pi \cdot \bar{u} \quad (20)$$

以上计算用的是水平速度u，亦可用垂直速度w来计算。于是L<sub>e</sub>可作为“平均涡旋”大小的量度，它应与平均自由长相当。根据上述的桉树林试验的资料，用Eulerian长的方法计算了平均涡旋尺度，结果得到 $l \approx 2z - 4z$ 。假如近地层风速廓线仍服从对数分布，可估计梯度的变率的空间尺度：

如

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{K} \ln(z) + C \quad (21)$$

则

$$|U_z/U_{zz}| = z \quad (22)$$

这里U<sub>z</sub>和U<sub>zz</sub>是平均风速U的一级和二级导数。上面计算说明，在近地层粗糙植被冠层上部，涡旋大小的尺度远大于梯度变化的空间尺度。

冠层内部的情况也类似，Allen (1968)，Seginer et al., (1976)，Crowther and Hutchings (1985)，Finnigan (1978) 以及Bergen (1985) 等人在植被冠层内部的试验表明<sup>[11]</sup>，涡旋尺度为植被高度的2-6倍。如冠层内的风速分布取Inoue (1975) <sup>[12]</sup>的公式：

$$U = U_h \exp\{\alpha (z/h - 1)\} \quad (23)$$

这里U<sub>h</sub>为冠层高度h上的风速，α为一系数（=0.23）。则梯度的变化的空间长为：

$$\begin{aligned} |U_z/U_{zz}| &= h/\alpha \\ &= 4h \end{aligned}$$

可见涡旋尺度仍与梯度变化的空间尺度相当。(17)式条件不能满足。这就是为什么梯度扩散理论在这些地方失败的原因。同时也说明在这里湍流交换主要不是靠局地性的小尺度涡旋进行的，而是一些比较大的涡旋，这同Finnigan (1978) <sup>[13]</sup>的研究结果是一致的。图3说明了大涡旋在冠层内部通量传输中的作用。

Lang, McNaughton and Chen (1983) <sup>[5]</sup>也曾推测了大尺度涡旋传输

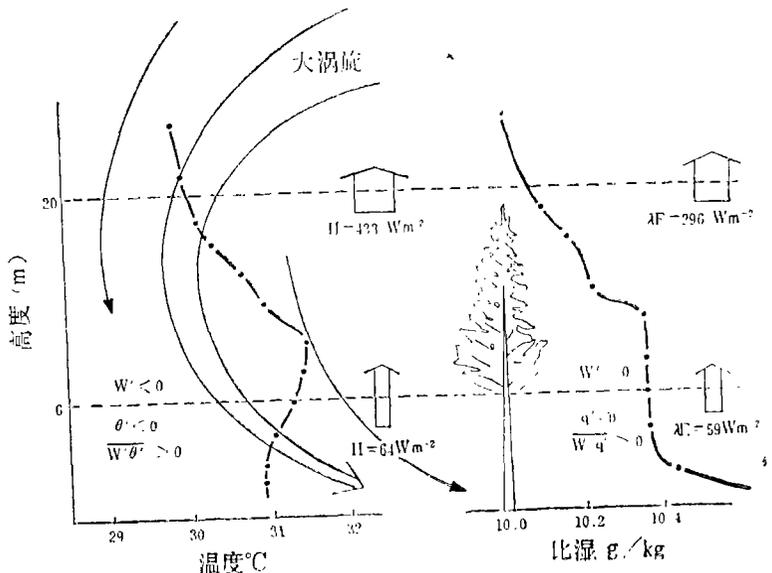


图3 梯度扩散的混合长理论图示

Illustration of mixing-length theory of gradient diffusion

机制可能是平流逆温条件下 $K_w \neq K_h$ 的原因。图4是平流逆温条件下典型的温度和湿度廓线，如传输过程是由较大涡旋进行的（比如在图中 $z_1$ 和 $z_2$ 范围内），则由大涡旋从高度 $z_2$ 带来的温度与 $z_1$ 观测点的温度相差不多，即通量输送不大，而湿度情况则刚好相反，通量输送被大涡旋传输大大加强了。为证明这种大涡旋存在，对平流条件下所测的湍流余谱同均匀地面上的湍流余谱（Kaimal et al., 1972）<sup>[14]</sup>作了比较，从图5可明显看到，在平流条件下最大谱值的频率要低的多。

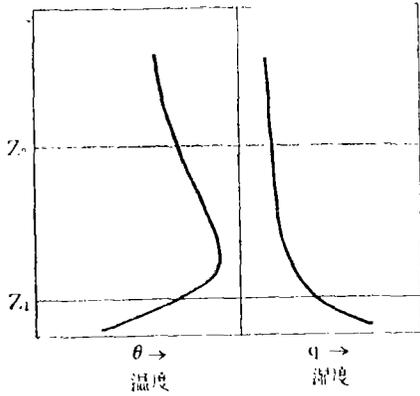
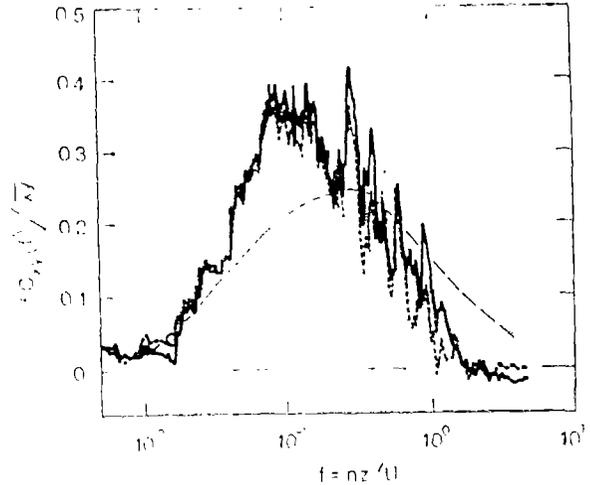


图 4 非均匀下垫面上由于平流作用形成的典型温度和湿度廓线分布  
Typical profiles of temperature and humidity over inhomogeneous surface under advection conditions



虚线代表Kansas试验的典型余谱，  
实线代表水稻地上  $w\theta$  余谱，  
点线代表水稻地上  $wq$  余谱  
图 5 一次在典型平流逆温条件下水稻地上测得的湍流余谱  
Co-spectra measured over a rice paddy in a typical advective inversion condition

3. 混合长方法推导的扩散理论还有其他问题：首先，在植被冠层内部和粗糙表面上，湍流运动特征受表面粗糙结构的影响极大，湍流运动在这里不再是只受一种长度尺度和一种速度尺度所控制。其他某些长度尺度也将起着重要的作用<sup>[8]</sup>。这也是以混合长理论为基础的扩散模式的症结所在。其次，即使(13)式中所有高次项都可加以计算的话，这种扩散模式如应用于像植被冠层内部或其他复杂表面时，仍有严重的问题，因为在这种条件下被扩散传输的物理属性在平均自由长的距离上难以维持保守性。我们已经表明涡旋尺度比冠层高度比粗糙单元的行距都要大的多，而在冠层内部等复杂地方，在一混合长距离内就可能存在着源和汇的分布，因而物理属性在此混合长距离上传输时将可能发生变化，保守性的假定是很难成立的。这样，通量不仅取决于空间中某点的梯度值，而且与瞬间以前运动状况的历史有关，这种传输机制就不可能是真正局地性的了。

### 三、结 论

梯度扩散理论在近地层物理等许多领域已经使用了很长时期,许多试验也表明,在一般情况下此理论与实际是基本吻合的。但是近年来的一些试验已表明梯度扩散理论的严重问题,目前至少在以下三种情况下梯度扩散理论已不能应用:有平流逆温的非均匀下垫面,粗糙度很大的植物覆盖,以及在植物冠层内部。梯度扩散理论只有在湍流涡旋的尺度远小于梯度变化的空间尺度时,才能成立。从物理实质上说明了梯度扩散理论与湍流运动的尺度大小有密切联系,它要求湍流运动是局地性的,也就是说湍流运动的涡旋尺度要远小于梯度变化的空间尺度,这种条件在近地层大气中不是经常都能满足的,往往一些大涡旋在通量输送中起着主导作用。

### 参 考 文 献

- (1) Thom A.S.: Momentum, mass and heat exchange of plant communities, in J. L. Monteith (ed), *Vegetation and the atmosphere, Vol. I Principles*, Academic Press, London, P 57-105. 1975.
- (2) Pasquill, F.: *Boundary Layer Meteorology—Eddy transfer and dispersion, in the Recent Advances in Meteorology and Oceanography*, Royer Meteorology Society, London. 1985.
- (3) Warhaft, Z.: Heat and moisture fluxes in the stratified boundary layer, *Quart. J. Roy. Met. Soc.* 102, 707-707. 1976.
- (4) Motha, R. P. et al., : Exchange coefficients under sensible advection determined by eddy correlation, *Agric. Meteorol.* vol 20, P273-280. 1979.
- (5) Lang, A.R.G. et al., : Inequality of eddy transfer coefficients for vertical transport of sensible and latent heats during advective inversion. *Boundary-Layer Meteorol.* vol 25, P25-41. 1983.
- (6) Raupach, M.R.: Anomalies in flux-gradient relationships over forest. *Boundary-Layer Meteorol.* vol 16, P467-486. 1979.
- (7) Garratt, J.R.: Surface influence upon vertical profiles in the atmospheric near-surface Layer, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* vol 106, P803-819. 1980.
- (8) Cehn Fazu: Turbulent transfer of heat and momentum over rough vegetated surfaces. Ph. D. Thesis of Flinders University of South Australia. 1987.
- (9) Denmead O.T. and Bradley E.F.: Flux-gradient relationships in a forest canopy, In *the Forest-Atmosphere Interaction*, Ed. Hutchison, B.A. and Hicks, B.B. by D. Reidel. Publishing Company, P 421-442. 1985.
- (10) Corrsin, I.R.: Limitations of gradient transport models in random walks and in turbulence. *Adv. Geophys.* 18A, P25-60 1974.
- (11) Finnigan, J.J.: Turbulent transport in flexible plant canopies, in *the Forest-Atmosphere Interaction*, Ed. Hutchison, B.A. and Hicks, B.B., D. Reidel. P443-480. 1985.

- (12) Inoue, E. et al., : Studies of energy and gas exchange within crop canopies.  
(10) Structure of turbulence in rice crop. J. Agric. Meteorol. (Japan)  
vol 31, P71-82. 1975.
- (13) Finnigan, J.J.: Turbulence in waving wheat, Boundary-Layer Meteorol. vol 16,  
P181-236. 1978.
- (14) Kaimal, J. C., et al., : Spectral characteristics of surface-layer turbulence,  
Quart. J. Roy. Met. Soc. vol 198, P563-589. 1972.

## PROBLEMS OF THE GRADIENT-DIFFUSION THEORY IN ITS APPLICATION TO THE DETERMINATION OF MASS AND ENERGY FLUXES

Chen Fazu

(Institute of Geography, Academy of Sciences and State  
Planning Commission of the People's Republic of China)

**Subject terms:** gradient-diffusion theory, mass and energy fluxes

### Abstract

Problems and limitation of the gradient-diffusion theory have been revealed with experiments recently made. The validity of this theory has also been discussed; the length scale of eddies must be much less than the spatial scale of the variation of gradients. In terms of the Eulerian integration method the length scales of eddies were estimated for several examples in the near-surface air layer, under which the gradient-diffusion theory failed to be effectation.