

# 黄河下游断面形态与水沙 输移关系及数学模拟方法

梁志勇 曾庆华 周文浩

(水利水电科学研究院)

**提 要:** 以前人对黄河下游的实测资料分析为基础, 本文讨论断面形态与来水来沙关系、断面形态对输水输沙的影响, 并根据实测资料, 提出黄河下游弯段与直段断面冲淤变化的两种模式, 建立了主流摆动及堤岸影响断面形态变化以及纵向冲淤量在断面的分布两种数学模拟方法。

**主 题 词:** 黄河 断面形态 数学模拟

黄河下游的河床演变异常复杂, 不少学者都对此做过分析研究<sup>[1,2,3]</sup>, 关于不同来水来沙对断面形态的塑造作用已有不少分析, 如在三门峡水库下泄清水阶段, 自孟津出峡谷至黑岗口长达180km的河段内, 河床冲刷下切, 滩槽高差普遍加大, 而水库转入泄洪排沙运用以后, 下游河道迅速回淤, 滩槽高差减小, 滩坎后退, 断面趋于宽浅<sup>[2]</sup>。关于断面形态对输水输沙的反馈作用, 如尹学良曾提出用断面宽深比 ( $H/b$ ) 来区分不同形状断面的输沙能力<sup>[3]</sup>; 钱宁等<sup>[4]</sup>在分析黄河下游挟沙能力的调整机理时曾估计, 当断面形态从宽浅趋于窄深时, 挟沙力在低含沙量时可以增大3倍, 在高含沙量时可以增大一倍半, 这些分析研究表明, 断面形态与输水输沙是相互联系和相互制约的。

本文统计分析了黄河一些实测资料, 以前人研究成果为基础, 比较系统地分析了断面形态与来水来沙关系, 并就若干问题从理论上作了阐述。

## 1 来水来沙塑造断面形态

### 1.1 来水来沙及其搭配对断面形态的影响

来水大小对断面形态有显著影响, 即所谓“大水出好河”。图1<sup>[5]</sup>点绘了黄河河南河段断面宽深比  $\sqrt{B}/H$  的历年变化情况, 可以看出, 一般经过汛期大水后宽深比都减小。发生高含沙洪水的1977年也不例外。山东河段也表现为经过汛期后断

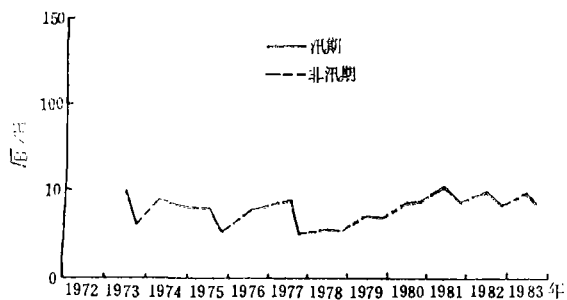


图1 黄河游荡性河段河槽形态调整  
Changes in channel geometry of the  
Lower Yellow River

本文1990年4月3日收到, 1992年12月16日收到修改稿。

1) 赵业安、潘贤弟、樊左英、韩少发: 三门峡水库修建后黄河下游河床演变。黄委会水科所, 1985年。

面变窄深,表1统计了1963—1977年利津水文站汛期前后的月平均高程变化情况,它表明,一般经过汛期后河床平均高程均有所降低,如1975和1976年冲刷1m多深。表中负值表示淤积,这一情况与当年汛期小水期长有关,

来水过程对断面形态也有着很大影响,冲积河流横断面的几何形态除与断面的前期变化有关外,更重要的是来水大小的影响,因此,河流横断面形态可表示为

$$\begin{cases} B_i = f_1 (B_{i-1}, Q_{i-1}, Q_i) \\ h_i = f_2 (h_{i-1}, Q_{i-1}, Q_i) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $B_i$ 、 $B_{i-1}$ 分别为第*i*、*i*-1时段河流的宽度,  $h_i$ 、 $h_{i-1}$ 分别为第*i*、*i*-1时段的水深,  $Q_i$ 、 $Q_{i-1}$ 分别为第*i*、*i*-1时段的河流流量,  $f_1$ 、 $f_2$ 代表函数关系,

(1)式实际上反映了河床形态的变化滞后于来水过程的变化。当所划分的时段较长或河床抗冲性较弱时, (1)式可简化为

$$\begin{cases} B_i = f_1 (Q_i) \\ h_i = f_2 (Q_i) \end{cases}$$

上式表达了水流对冲积河流河床形态的塑造作用。这也就是冲积河流中的河相关系,即

$$\begin{aligned} B &= \alpha_1 Q^{\beta_1} \\ h &= \alpha_2 Q^{\beta_2} \end{aligned} \quad (2)$$

或化为

$$B/h = \alpha Q^{\beta}$$

式中:  $B$ 为河宽,  $h$ 为水深,  $Q$ 为流量,  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha$ 为系数,  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta$ 为指数,

如果来水过程为 $Q_i$  ( $i = 1, 2, \dots, T$ ), 则第*i*个时段的宽深比  $(B/h)_i$ 可表为

$$(B/h)_i = \alpha Q_i^{\beta} \quad (3)$$

即

$$\lg(B/h)_i = \lg(\alpha Q_i^{\beta}) = \lg \alpha + \beta \lg Q_i \quad (4)$$

将上式两边求和 (从*i* = 1, 到*i* = *T*), 则可得出

$$\sum \lg \frac{B_i}{h_i} = \sum \lg \alpha + \beta \sum \lg Q_i \quad (5)$$

并化为

$$\overline{(B/h)} = \alpha \bar{Q}^{\beta} \quad (6)$$

式中:  $\overline{(B/h)}$ 代表 $B_i/h_i$ 在*T*时段内的几何平均值,  $\bar{Q}$ 代表各时段流量 $Q_i$ 在*T*时间内的几何

表1 利津汛期前后月平均高程变化 (m)  
Changes in channel bed elevation  
after flood season

年 份	6 月	11 月	汛期冲刷
1963	9.24	9.15	0.09
64	9.19	8.59	0.60
65	9.75	9.75	-0.00
66	9.85	9.76	0.09
67	10.01	9.54	0.47
68	10.21	9.63	0.58
69	10.27	10.03	0.14
70	10.27	10.34	-0.07
71	10.54	10.16	0.38
72	10.87	10.91	-0.04
73	11.12	10.91	0.21
74	11.27	11.19	0.08
75	11.55	10.43	1.12
76	11.47	10.11	1.36
77	10.39	10.70	-0.31

平均值，即

$$\left(\frac{B}{h}\right) = \left[\prod_{i=1}^T \left(\frac{B}{h}\right)_i\right]^{-\frac{1}{T}} \quad (i = 1, 2, \dots, T) \tag{7}$$

$$Q = \left(\prod_{i=1}^T Q_i\right)^{1/T} \tag{8}$$

据研究<sup>[6]</sup>，断面水力几何形态关系指数β<sub>1</sub>与β<sub>2</sub>的平均值约为0.14和0.43。这样指数β=β<sub>1</sub>-β<sub>2</sub>=-0.29，代入（6）式得

$$\left(\frac{B}{h}\right) = \frac{\alpha}{Q^{0.29}} \tag{9}$$

上式表明，在总的来水量一定时，Q<sub>i</sub>变幅越大使Q值越小（因几何均值在Q<sub>i</sub>为常量时取最大值），从而使平均的断面形态越宽浅。这与冲积河流的实际情况及前人分析都是一致的。如钱宁在提出黄河下游等河流的游荡指标时曾指出，洪水流量变幅越大，越易形成游荡型河流，窦国仁提出的最小活动性假说也是这样的概念<sup>[7]</sup>，表2列出了我国一些冲积河流断面形态特征与洪峰变差系数之关系<sup>[6]</sup>。

从表2可以看出，洪峰变差系数C<sub>v</sub>越大，宽深比也越大，这一规律也说明了（9）式的正确性。

表 2 我国一些冲积河流的河型及其影响因素  
The relationships between C<sub>v</sub> and √B/H

河 流		洪峰变差系数 C <sub>v</sub>	河床形态特征		河 型
			√B/h	弯曲系数	
长江 中 下 游	上 荆 江	0.20	3.13	1.70	弯曲 弯曲 江心洲分汉 江心洲分汉 顺直
	下 荆 江	0.26	2.55	2.83	
	觥 洲 湾	0.16	2.04	2.43	
	汉 口 段	0.17	3.96	1.18	
	马鞍山段	0.24	3.60	1.16	
	石桥埠段	0.15	2.05	1.09	
黄河 下 游	花园口	0.18	20—40	1.10	游荡
	孙 口	0.32	8—12	1.31	游荡-弯曲
	洛 口	0.15	6	1.19	限制性弯曲
汉 水	丹江口—钟祥	0.67	13.1	1.24	游荡
	钟祥—河口	0.19	2.15	1.74	弯曲
渭 河	咸 阳	0.44	10.4	1.10	游荡
	华 县	0.34	3.2	1.78	弯曲
塔里木河			19.3		游荡
潮 白 河	牛 栏 山 白 庙	1.2	19.8	1.13	游荡 弯曲

来水来沙搭配关系对冲积河床断面形态乃至河型都有很大影响,尹学良<sup>[8]</sup>研究我国一些河流水沙搭配关系与河型的关系,指出若大水期来沙偏少,小水期来沙偏多,则易发展形成宽浅散乱的游荡型河流;反之则易形成弯曲型河流,这种关系可用输沙率 $Q_s$ 与流量 $Q$ 关系:

$$Q_s = K (QJ)^m \quad (10)$$

来反映。当比降变化不大时,上式可写作

$$Q_s = K' Q^m \quad (11)$$

指数 $m$ 小者为游荡型河流, $m$ 大者为弯曲型河流。最近我们分析了孟加拉国Brahmaputra-Jamuna河Bahadurabad站的情况也符合这一规律。其 $m$ 值多在1.2—2.5之间,为游荡分汉型河流。

游荡型河流断面宽浅,弯曲型河流断面窄深,因而水沙搭配对河型的影响也反映了对断面形态的影响。

## 1.2 黄河下游断面冲淤变化模式

为了研究黄河下游泥沙冲淤横向分布规律,统计分析了下游河道较长期(汛期前后)断面的冲淤变化情况。下面分弯道与直段进行分析。

### 1.2.1 弯段断面泥沙冲淤分析

汛期大水时主流居中,从而常造成主槽展宽与刷深,展宽量与刷深量均与流量大小有关。流量越大,主槽冲刷越深,主流居中造成的展宽量也越大。图2(a)所示的伟那里断面变化是一个典型例子。其中一部分嫩滩经过汛期后被淤死,这主要与主流不居中或流量较小有关。

非汛期弯段断面的冲淤变化恰好与汛期相反。非汛期水流流量小,主流靠凹岸一侧,河槽束窄,主槽淤积,出现嫩滩。有时泥沙大量淤积于河槽,几乎淤死深槽,如图2(b)所示。其基本规律是,大水时主流动力轴线居中,主槽也居中并产生冲刷;小水时主流动力轴线变弯,凸岸边滩淤积,主槽束窄淤浅。因此可将弯段断面的冲淤模式概化如图3。

### 1.2.2 直段及游荡段断面泥沙冲淤分布

与弯段相比,直段上的水流较不稳定,其主流摆动受上游河势控制及其它因素影响而摆动幅度一般较大,且河南游荡河段主流摆动频率及幅度又比山东河段直段为大。其冲淤特征是,主槽随主流摆动而变,主流处水深为增加

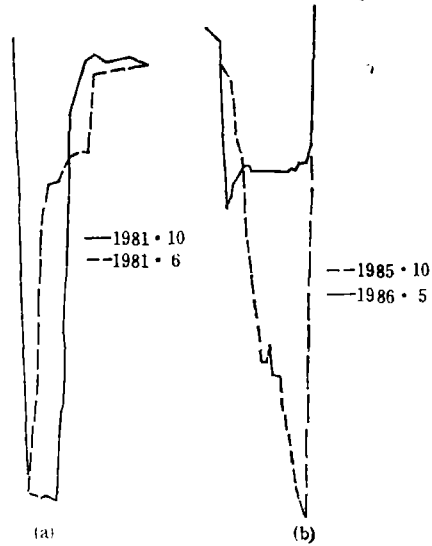


图2 伟那里断面冲淤变化情况  
Scour-fill changes in river bends

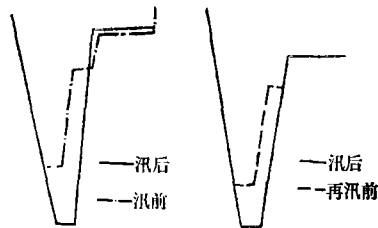


图3 弯段断面冲淤概化模式  
Scour-fill Patterns in river bends

趋势，远离主流处水深将减小。断面冲淤量与来水来沙有关，冲则窄深，淤则宽浅，图 4 (a) 为主流较稳定情况，图 4 (b) 为主流摆动较大的情况。由此可见，直段断面上泥沙冲淤分布与主流摆动有很大关系。

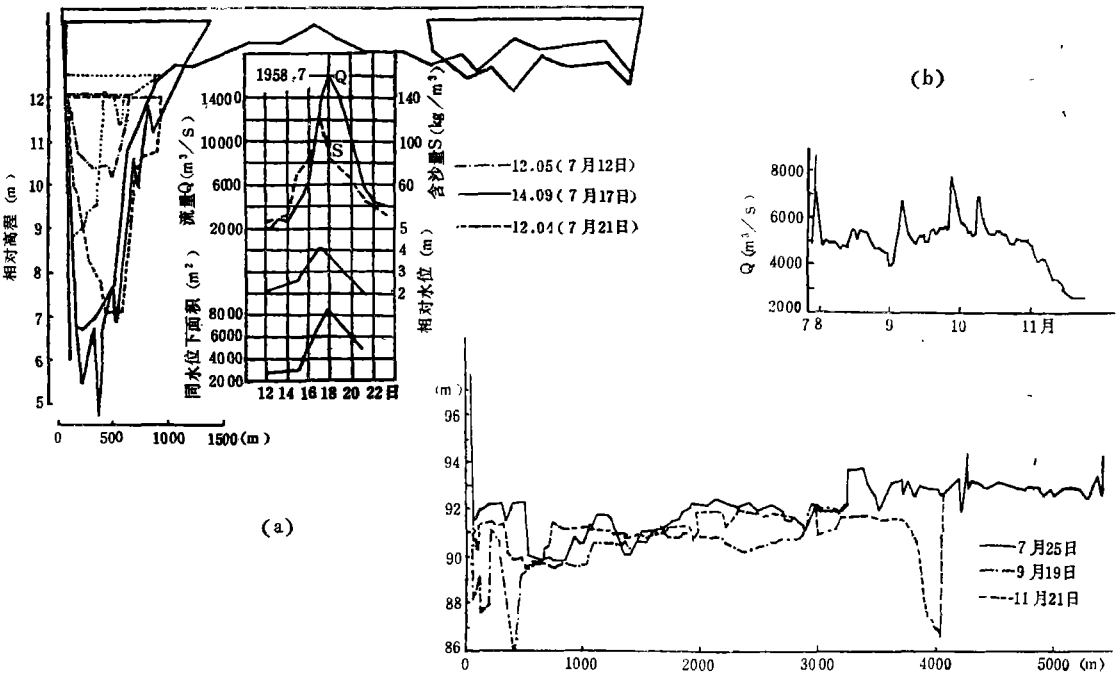


图 4 花园口断面冲淤变化情况  
Cross section changes during flood periods

## 2 断面形态对输水输沙的影响

### 2.1 实测资料分析

大水塑造了窄深河槽，而窄深的断面形态又有利于输水输沙，这一相互关系从图 5 也可略见一斑[2]。

图 5 说明水流流速对断面形态的作用，图 5 也表明，在过水断面面积等相同时，宽深比大的流速小，宽深比小的流速大。并由此影响断面的输沙能力。

文献[9]也曾指出，高含沙水流的输移与断面形态有很大关系。宽浅河槽将降低水流的输沙能力，而窄深河槽将对高含沙水流的稳定输移起一定作用。

### 2.2 理论分析

河流纵比降、床沙组成变化对输水输沙的影响均可通过流速公式与挟沙力公式

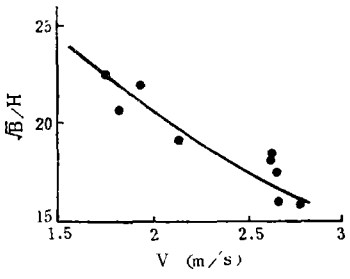


图 5 夹河滩站  $V \sim \sqrt{B/H}$  关系  
The relation of  $V$  to  $\sqrt{B/H}$

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} J^{1/2} \quad (12)$$

和

$$s = k \left( \frac{v^3}{g h \omega} \right)^m \quad (13)$$

或

$$s = k' \left( \frac{v J}{\omega} \right)^{m'} \quad (14)$$

直接或间接地反映出来。但断面形态对输水输沙的影响未能反映。

本世纪50年代初苏联学者Г.Б.热烈兹拿柯夫曾对断面形状与流速关系作过分析<sup>[10]</sup>。他假定谢才公式也可用于垂线,则通过某一垂线单元 $dA$ 的流量为

$$dQ = c \sqrt{hJ} dA = c \sqrt{hJ} h dz \quad (15)$$

式中: $c$ 为谢才系数, $z$ 为沿河宽方向的坐标。对于某一水位采用谢才系数 $c$ 为不变值,且认为比降 $J$ 不随河宽而变,则可得流量

$$Q = \int dQ = \beta_* A C \sqrt{HJ} = \beta_* A v$$

式中: $H$ 为断面平均水深, $A$ 为断面面积,平均流速 $v = c \sqrt{HJ}$ ,断面形状参数

$$\beta_* = \frac{\int_0^B h^{3/2} dz}{A H^{1/2}} \geq 1 \quad (16)$$

但热烈兹拿柯夫并未进一步研究 $\beta_*$ 与断面宽浅和窄深的关系,后文将对此做出分析。

关于断面形状对流速的影响,文献<sup>[11]</sup>提出可用断面形状指数 $C_A$ 进行修正,即

$$v = \frac{1}{n} J^{1/2} H^c C_A \quad (17)$$

其中:指数 $C_A$ 值在窄深断面较小,而在宽浅河段较大。

我们在研究垂线平均流速沿河宽分布时,也得到类似结论<sup>[12]</sup>,

断面形态对输沙能力的影响主要通过两方面来反映。一方面,窄深河槽多处于弯曲河段,水流与边界不相适应使水流紊动强度较大,因而输沙能量也较大;另一方面,窄深河槽受两壁影响较大,近岸处水流紊动较强,对水流输沙也有一定影响。

从紊动挟沙的角度来分析,在过水断面某一垂线单元上水流功率与泥沙悬浮功率应有如下关系:

$$\eta \rho g u J = (\rho_s - \rho) g \omega s \quad (18)$$

式中: $\rho_s$ 、 $\rho$ 分别为泥沙与水体密度, $\omega$ 为泥沙沉速, $s$ 为垂线平均含沙量, $u$ 为垂线平均流速, $\eta$ 为水流功率用于悬浮泥沙的分数,将上式两端乘以 $u h dz$ 并积分,即

$$\int_0^B (\rho_s - \rho) g \omega s u h dz = \int_0^B \eta \rho g u J u h dz \quad (19)$$

如果假定 $\rho_s$ 、 $\rho$ 、 $\omega$ 、 $J$ 、 $\eta$ 沿河宽 $z$ 方向不变,并注意到

$$\int_0^B s u h dz = \bar{s} \int_0^B u h dz \quad (20)$$

则(18)式化为

$$(\rho_s - \rho) g \omega \bar{s} \int_0^B u h dz = \eta \rho g J \int_0^B u^2 h dz \quad (21)$$

其中:  $\bar{s}$ 为断面平均含沙量。若垂线平均流速仍用谢才公式, 则可得到

$$\bar{s} = \eta \frac{\rho}{\rho_s - \rho} \frac{vJ}{\omega} \alpha_* \quad (22)$$

其中断面形状参数

$$\alpha_* = \frac{\int_0^B h^2 dz}{H \int_0^B h^{3/2} dz} \geq 1 \quad (23)$$

断面形状是怎样通过 $\beta_*$ 、 $\alpha_*$ 来影响输水输沙的呢? 为便于比较分析, 我们不妨选取几个河宽均为100m, 面积均为100m<sup>2</sup>的典型断面来进行分析。如当断面为矩形时,  $\beta_*$ 与 $\alpha_*$ 均为1; 而对于三角形断面,  $\beta_*$ 为1.13,  $\alpha_*$ 为1.18; 对于复式断面, 其值更大, 可达2左右。表3中列出了一些典型断面形状的 $\beta_*$ 与 $\alpha_*$ 值, 其河宽均为100m, 面积均为100m<sup>2</sup>。以上分析表明, 在其它条件相同时, 窄深河槽的输水输沙能力均比宽浅河槽为大, 甚至达两倍以上。这与钱宁等<sup>[4]</sup>分析的黄河下游输沙情形也是一致的。

表3 典型断面的形状系数 $\beta_*$ 与 $\alpha_*$ 值  
Shape coefficient  $\alpha_*$ ,  $\beta_*$  for some typical types of river cross sections

断面形状	$\beta_*$	$\alpha_*$
复式	1.75	2.01
三角形	1.13	1.18
二次抛物线形	1.08	1.10
矩形	1	1

### 3 横断面变化的模拟方法

横断面变化包括(1)主流摆动引起的主槽摆动, (2)滩坎坍塌造成的断面变化, (3)纵向冲淤量在横断面上引起的变化。

#### 3.1 主流摆动及坍岸所造成断面变化的模拟方法

##### 3.1.1 泥沙连续方程<sup>[13]</sup>

不考虑滩坎坍塌时泥沙连续方程为

$$\frac{\partial(QS)}{\partial x} + \gamma' \frac{\partial(\Delta A)}{\partial t} + \frac{\partial(AS)}{\partial t} = 0 \quad (24)$$

式中:  $S$ 为含沙量,  $\gamma'$ 为泥沙干容重,  $\Delta A$ 为断面冲淤面积,  $A$ 为过水断面面积。

考虑滩坎坍塌后泥沙连续方程成为

$$\frac{\partial(QS)}{\partial x} + \gamma' \frac{\partial(\Delta A)}{\partial t} + \frac{\partial(AS)}{\partial t} - \gamma' h' \frac{\partial B'}{\partial t} = 0 \quad (25)$$

式中:  $h'$ 为岸高,  $\partial B'/\partial t$ 为坍岸速率。

### 3.1.2 输沙方程

主流摆动所引起的滩坎坍塌一方面影响着河流断面变化, 另一方面也对泥沙的纵向输移产生影响, 这种影响可在输沙方程中加以考虑。如果不考虑滩坎坍塌时, 输沙方程采用<sup>[14]</sup>

$$\frac{\partial(QS)}{\partial x} = -(\alpha\omega S - E)B \quad (26)$$

如考虑滩坎坍塌后, 则成为

$$\frac{\partial(QS)}{\partial x} = -(\alpha\omega S - E)B + \gamma'h' - \frac{\partial B'}{\partial t} \quad (27)$$

即坍塌后的泥沙仍参加计算, 冲淤情况仍取决于输沙计算结果。这样, 在不考虑水流沿程非均匀性影响时, 含沙量公式可近似写作

$$S = S^* + \frac{\gamma'h' - \frac{\partial B'}{\partial t}}{\alpha\omega B} + (S_o - S_o^*)e^{-\frac{2\omega p}{Q}x} \quad (28)$$

当然上式应适用于间距较短的河段。

### 3.2 纵向冲淤量在横断面上分布的模拟方法

冲淤量在横断面上的分布通常是不均匀的。正如上文所分析那样, 通常冲刷使断面趋于窄深, 而淤积则使断面趋于宽浅。冲刷量横向分布的不均匀性与垂线平均流速的横向分布有关, 考虑到垂线平均流速与水深的关系<sup>[12]</sup>, 冲刷量的横向分布公式可写作

$$\Delta z = -\frac{h_1^p}{\sum_{i=1}^m h_i^p \Delta b_i} \Delta A \quad (29)$$

式中:  $\Delta A$  为冲刷面积,  $\Delta b_i$  为第  $i$  条垂线单元的宽度,  $\sum_{i=1}^m$  表示对整个断面内的  $m$  根垂线单元求和。

淤积量应与各垂线含沙量、挟沙力之差成比例, 即

$$\Delta z \propto s_i - s_i^* \quad (30)$$

其中: 垂线挟沙力

$$s_i^* = k \left( \frac{u^3}{gh\omega} \right)^m \quad (31)$$

式中:  $u$ 、 $h$  分别为垂线流速与水深,  $\omega$  为泥沙沉速, 据作者研究<sup>[1]</sup>, 垂线含沙量公式仍可采用 (3) 式的形式, 但指数  $m$  不再为常数。

$$m = 185 \frac{\omega_o}{v} - 0.006 \quad (32)$$

本文的主要结论如下:

1. 来水来沙塑造断面形态, 来水过程对断面形态的影响可用 (9) 式反映。

1) 梁志勇、曾庆华、周文清, 黄河下游输沙模式的研究及其应用, 1992.



2. 以黄河下游实测资料分析为基础,提出了黄河下游弯段与直段冲淤变化的两种模式。

3. 提出了断面形态对输水输沙影响的计算公式

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} J^{1/2} \beta_*$$

和

$$S = \eta \frac{\rho}{\rho_s - \rho} \frac{VJ}{\omega} \alpha_*$$

分析了断面形状参数 $\beta_*$ 与 $\alpha_*$ 随断面形状不同的变化情况。指出宽浅断面 $\beta_*$ 与 $\alpha_*$ 值较小,而窄深断面则较大,二者相差可达两倍以上。

4. 提出了来水来沙、主流摆动与坍岸影响断面形状的模拟方法。

以上结论已在数学模拟中得到了较好应用<sup>1)</sup> [13,14]。

### 参 考 文 献

- 〔1〕 钱宁、周文浩.黄河下游河床演变.北京:科学出版社,1965.
- 〔2〕 黄河泥沙研究报告选编,第一集,1978.
- 〔3〕 尹学良,黄河口的河床演变.泥沙研究,1986,(4):
- 〔4〕 钱宁、张仁、李九发、胡维德.黄河下游挟沙能力自动调整机理的初步探讨.地理学报,1981,36(2):
- 〔5〕 齐瑾.黄河下游游荡性河道治理方向探讨,兼论河槽形态与河型.泥沙研究,1982,(4):
- 〔6〕 钱宁、张仁、周志德.河床演变学.北京:科学出版社,1987.
- 〔7〕 窦国仁.平原冲积河流及潮汐河口的河床形态.水利学报,1964,(2):
- 〔8〕 尹学良.黄河下游冲淤特性及其改造问题.泥沙研究,复刊号,1980.
- 〔9〕 张仁、钱宁、蔡体录.高含沙水流长距离稳定输送条件的分析.泥沙研究,1982,(3):
- 〔10〕 Г、В、热烈兹拿柯夫.河流水文测验方法在水力学基础上的论证.北京:水利出版社,1956.
- 〔11〕 李德文.河槽断面平均流速公式的探讨.水利学报,1982,(7):
- 〔12〕 梁志勇.河槽垂线平均流速初探.水文,1992,(1):
- 〔13〕 梁志勇、尹学良.冲积河流河床横向变形的初步数学模拟.泥沙研究,1991,(4):
- 〔14〕 梁志勇、尹学良.漫滩洪水悬移质输移的探讨.泥沙研究,1989,(4):

1) 梁志勇、曾庆华、周文浩.黄河下游输沙模式的研究及其应用.1992.

# THE INTER-EFFECTS BETWEEN RIVER GEOMETRY AND FLOW AND SEDIMENT TRANSPORT AND ITS SIMULATING APPROACH

Liang Zhiyong Feng Qinghua Zhou Wenhao

(Institute of Water Conservancy and Hydroelectrical Power Research)

**Subject terms:** channel geometry, mathematical simulating,  
the Yellow River

## Abstract

Based on the researches of the field data of the Lower Yellow River, the inter-effects between channel geometry and flow and sediment transport have been analysed and two patterns of scour-fill changes in river bends and straight reaches have been suggested. The effects of channel geometry on flow and sediment transport could be estimated through the following equations

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} J^{1/2} \beta_*$$

and

$$S = \eta \frac{\rho}{\rho_s - \rho} \frac{VJ}{\omega} \alpha_*$$

in which  $\beta_*$  and  $\alpha_*$  are usually not equal to unity. The narrower the cross-section is, the higher the values of  $\beta_*$  and  $\alpha_*$ .

The role of flow and sediment transport on cross section could be considered by eqs. (27) to (30).