

城市犯罪区位选择的数学模拟*

杜德斌 汤建中

(华东师范大学城市与区域发展研究所 上海 200062)

摘 要 本文以犯罪期望效用和成功概率为空间变量,用数学动态规划方法建立模型模拟罪犯在城市内选择犯罪区位的一般规律。模拟结果显示:罪犯在其犯罪规划期间内依据每次犯罪的期望收益和成功的概率来优化选择犯罪区位。罪犯总是在其感觉成功概率最高但期望效用较低的地区实施第一次犯罪,而其规划期间内的最后一次犯罪则发生在期望效用最高但成功概率较低的地区。如果一个地区的犯罪期望效用和成功的概率均较高,罪犯将集中在这一地区作案。模型所揭示的犯罪行为规律为城市犯罪的空间防范提供了有益的启示,即制定犯罪防治措施应因地制宜,在较贫穷的居住区或少年犯罪区应采取区域巡逻一类的“覆盖式”的防范措施;在较富裕或职业罪犯出没的地区应采取较复杂、严密和先进的技术防范措施。

关键词 犯罪 区位选择 数学模拟

分 类 (中图法) P901 (科图法) 57.165

城市犯罪的空间分布与空间过程日益引起地理学和犯罪学家的重视。在国外,这方面的研究可归为两大类:一类是从宏观的角度,揭示城市地域内犯罪空间差异的总体格局;另一类是从微观的角度,研究单个罪犯的空间行为过程。前者的研究实例甚多,并有不少比较成熟的理论。例如,距离递减论认为城市犯罪发生的频数与距离CBD的远近呈负相关;边界论认为犯罪尤其是财产犯罪主要源于行政和邻里边界。后一类的研究起步于70年代,多以行为科学为理论基础,主要研究内容有犯罪出行距离、犯罪搜寻空间等。本研究属于后一类,以犯罪的期望收益或期望效用和被捕概率为空间变量,并采用数学动态规划方法建立模型来揭示单个罪犯在城市内选择犯罪区位的一般规律。由本模型所揭示的个体犯罪行为的一般规律,可进一步推展到整个城市犯罪活动的空间分布规律,从而为城市犯罪空间防范措施的制定提供依据。

1 犯罪活动的区位优势

犯罪行为同其他行为一样,会给犯罪分子带来一定的效用。先假定单个罪犯犯罪的效用

* 国家自然科学基金资助课题(4880032)

收稿日期:1994-06-24,收到修改稿日期:1995-05-10

函数为：

$$U = U_1(I_1) + U_2(I_2) + \cdots U_s(I_s) \quad (1)$$

其中， s 表示犯罪次数， I_i ($i=1, 2, \cdots s$) 为第 i 次作案的净收入。

又设每次犯罪成功的概率（即不被抓获的概率）为 P_i 。若罪犯在实施第 h 次犯罪时被抓获，则他将失去 I_h ，其总的净收入为 $I_1 + I_2 + \cdots + I_{h-1}$ 。

罪犯累计实施 s 次犯罪的期望效用则为

$$\begin{aligned} E &= U_1 P_1 (1 - P_2) + (U_1 + U_2) P_1 P_2 (1 - P_3) + \cdots + (U_1 + U_2 + \cdots + U_s) P_1 P_2 \cdots P_s \\ &= \sum_{h=1}^s \left(\sum_{i=1}^h U_i \right) \prod_{i=1}^h P_i (1 - P_{h+1}) \end{aligned} \quad (2)$$

这里 $P_{s+1} \equiv 0$ ，所以方程 (2) 可以改写成：

$$E = U_1 \sum_{h=1}^s \prod_{i=1}^h P_i (1 - P_{h+1}) + U_2 \sum_{h=2}^s \prod_{i=1}^h P_i (1 - P_{h+1}) + \cdots U_s \prod_{i=1}^s P_i \quad (3)$$

因为：

$$1 - P_1 + \sum_{h=1}^s \prod_{i=1}^h P_i (1 - P_{h+1}) \equiv 1$$

则方程 (3) 中 U_1 的系数简化为 P_1 ， U_2 的系数简化为 $P_1 P_2$ ， U_h 的系数简化为 $\prod_{i=1}^h P_i$ 。这样方程 (2) 可以进一步简写为：

$$E = U_1 P_1 + U_2 P_1 P_2 + \cdots + U_s P_1 P_2 \cdots P_s \equiv \sum_{h=1}^s U_h \prod_{i=1}^h P_i \quad (4)$$

现假设城市地区内有两个潜在的犯罪区，用上标 1 和 2 表示。为简单起见，进一步假设在同一犯罪区内每次作案的净收益 I^1 和 I^2 是不变的，即对于任何 i 和 j ， $I_i^1 = I_j^1$ ， $I_i^2 = I_j^2$ ；但 I^1 不一定等于 I^2 。同时假设，同一地区每次作案成功的概率也是不变的，即 $P_i^1 = P_j^1$ ， $P_i^2 = P_j^2$ 。这样，若罪犯计划作案 s 次，则要作 $2s$ 次区位选择。

下面应用动态规划方法揭示罪犯选择作案区位的最优方案。此处假设罪犯在规划期间实施其全部犯罪，并由后往前来决定每一次作案的最优区位。规划期间可以是罪犯决定实施所有犯罪的任何时段。

假定罪犯已确定了 $s-1$ 次犯罪的区位，并企图优化第 s 次犯罪的区位。在 1 区和 2 区实施第 s 次犯罪的期望效用分别为：

$$E^1 = U_1 P_1^1 + U_1 P_1 P_2^1 + \cdots + U_s^1 P_1 P_2 \cdots P_s^1 \quad (5)$$

$$E^2 = U_1 P_1^1 + U_2 P_1 P_2^2 + \cdots + U_s^2 P_1 P_2 \cdots P_s^2 \quad (6)$$

(5) 和 (6) 式的右边前 $s-1$ 项没有地区标注，是因为假定它们在两个方程中是一样的，两方程式的区别仅在于第 s 项中。这样，在 1 区和 2 区实施第 s 次犯罪的期望效用之差则为：

$$\Delta E = E^1 - E^2 = (U_s^1 P_1^1 - U_s^2 P_2^2) \prod_{i=1}^{s-1} P_i \quad (7)$$

方程 (7) 表明，无论成功的概率 P 或被捕的概率 $(1-P)$ 的大小如何，罪犯将选择期望效益最大的地区实施最后一次犯罪。当效用函数单调，罪犯不在乎其活动的区位时，上述结

果同样暗示出该罪犯将在每次犯罪期望效用最高的地区实施第 s 次犯罪。

就一般情况来说,若罪犯已决定了第 1 次、第 2 次、第 $k-1$ 次、第 $k+1$ 次、……第 s 次犯罪的区位,在 1 区和 2 区实施第 k 次犯罪的期望效用分别为:

$$E^1 = \sum_{h=1}^{k-1} U_h \prod_{i=1}^h P_i + U_k^1 P^1 \prod_{i=1}^{k-1} P_i + P^1 \sum_{h=k+1}^s U_h \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^h P_i \quad (8)$$

$$E^2 = \sum_{h=1}^{k-1} U_h \prod_{i=1}^h P_i + U_k^2 P^2 \prod_{i=1}^{k-1} P_i + P^2 \sum_{h=k+1}^s U_h \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^h P_i \quad (9)$$

两式之差为:

$$\Delta E = E^1 - E^2 = (U_k^1 P^1 - U_k^2 P^2) \prod_{i=1}^{k-1} P_i + (P^1 - P^2) \sum_{h=k+1}^s U_h \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^h P_i \quad (10)$$

或者:

$$E = \prod_{i=1}^{k-1} P_i [U_k^1 P^1 - U_k^2 P^2 + (P^1 - P^2) \sum_{h=k+1}^s U_h \prod_{i=k+1}^h P_i] \quad (10^1)$$

当 $k=s$ 时,方程 (10¹) 则变为方程 (7)。如果 k 是犯罪规划期间内的最后一次犯罪,则罪犯将在期望效用最高的地区作案。同理,(10¹) 中的 k 也可以用 $s-1, s-2, \dots, 1$ 代替。通过这样重复计算,便可跟踪罪犯每次选择最优作案区位的轨迹。

方程 (10¹) 表明罪犯在选择犯罪区位时存在几种可能。当 $U_k^1 P^1 > U_k^2 P^2$ 时,表明 $I^1 P^1 > I^2 P^2$, 若 $P^1 > P^2$, 则 (10¹) 的值为正,意即期望效用最大的地区,同样也是最安全的地区。在这种情况下,1 区将是比较理想的犯罪区位,罪犯将集中在该区域实施犯罪。

对于在两个地区不断变换作案场所的罪犯来说,没有那个地区的 E 和 P 是同时绝对理想的。如果 $U^1 P^1 > U^2 P^2$ 或 $I^1 P^1 > I^2 P^2$, 则 $P^1 < P^2$, 也就是说,期望收益最高的地区,同样也是风险最高的地区,被抓获的概率 $(1-P)$ 最大。从方程 (10¹) 和 (7) 可知,在这种情况下,罪犯计划内的最后一次犯罪将发生在 1 区。当罪犯把犯罪次数减少到 s 以下的任何水平时,方程 (10¹) 中 $(P^1 - P^2)$ 的系数就会增加。该系数越大,则在犯罪活动水平 s 一定的情况下实际犯罪次数越少。所以,实际犯罪次数越少,方程 (10¹) 中方括号中的第二项的绝对值越大。因为 $(P^1 - P^2) < 0$, 故该项的符号为负。这样,就有可能存在一个使 (10¹) 中整个表达式为负的犯罪次数。这意味 1 区不再是最佳的犯罪活动区位,罪犯将转移到 2 区作案。当罪犯往后规划其犯罪活动时,随着 (10¹) 中 $(P^1 - P^2)$ 的系数的增加,罪犯将滞留在 2 区作案,不再回到 1 区。换言之,如果罪犯面临这种情况,为了变换其作案场所,其最优方案是在 2 区以较低的期望收益和较低的被捕概率实施最初一次的犯罪,然后,将转移到期望收益和风险均较高的 1 区作案。

2 不同地区的犯罪活动水平

以上我们讨论的是罪犯在两个地区间转换作案区位的情况,上述模型还可以用来测定在

$U^1 P^1 > U^2 P^2$ 和 $P^1 < P^2$ 的情况下罪犯在每个地区选择作案的次数。这里，继续假定罪犯在每个地区每次作案的收益和成功概率是不变的。并设罪犯在 1 区作案 h 次，在 2 区作案 $(s-h)$ 次，那么：

$$U_{s-h+1}^1 P^1 - U_{s-h+1}^2 P^1 < (P^2 - P^1) \times [U_{s-h}^1 P^1 + U_{s-h+1}^1 (P^1)^2 + U_s^1 (P^1)^h] \quad (11)$$

如果效用函数已知，则可求得不等式 (11) 的值。为求其解，假设其为一线性效用函数。前已假定 $I_i^1 = I_j^1$ ，所以 $U_i^1 = U_j^1 = U^1$ （无论 i, j 为何值），则式 (11) 可以写为：

$$\begin{aligned} U^1 P^1 - U^2 P^2 &< (P^2 - P^1) U^1 P^1 [1 + (P^1)^1 + (P^1)^2 + \dots + (P^1)^{h-1}] \\ &= (P^2 - P^1) U^1 P^1 \frac{1 - (P^1)^h}{1 - P^1} \end{aligned} \quad (12)$$

变换 (12)，并将 h 置于不等式左边，则：

$$h > \frac{\ln(1 - \frac{1-\alpha}{1-\beta})}{\ln P^1} = \frac{\ln(\frac{\alpha-\beta}{1-\beta})}{\ln P^1} \equiv T \quad (13)$$

此处， $\alpha = U^2 P^2 / U^1 P^1$

$$\beta = (1 - P^2) / (1 - P^1)$$

由于 h 恒为整数，罪犯将在 1 区实施后 h' 次犯罪，在 2 区实施前 $s-h'$ 犯罪。这里 h' 为 h 的上界。

上式表明，即使 $P^1 < P^2$ ，罪犯有可能集中选择 1 区作案，因为这里每次作案的期望效用最高。满足这种情况发生的条件是 $1 - [(1-\alpha)/(1-\beta)] < 0$ ，也就是说 $U^2 P^2 / U^1 P^1 < (1-P^2)/(1-P^1)$ ，或者 $U^1 P^1 / U^2 P^2 > (1-P^1)/(1-P^2)$ 。后一不等式表明，如果 1 区每次作案的相对期望效用大于被捕的相对概率，则罪犯将集中在该地区作案。

若 (13) 中的 $1 - [(1-\alpha)/(1-\beta)] > 0$ 或 $\alpha > \beta$ ，则罪犯在两个地区都有作案的可能。因为对数函数是单调的，且 $\ln P^1 < 0 (P^1 < 1)$ 。当 P^1 增加时，方程 (13) 的分母 $\ln P^1$ 的绝对值就会减少。所以，此处特对 (13) 的分子的导数进行分析，以弄清 dT/dP^1 的符号。

$$\begin{aligned} \frac{d(\frac{\alpha-\beta}{1-\beta})}{dP^1} &= \frac{(1-\beta)(\frac{d\alpha}{dP^1} - \frac{d\beta}{dP^1}) + (\alpha-\beta) \frac{d\beta}{dP^1}}{(1-\beta)^2} \\ &= \frac{(1-\beta) \frac{d\alpha}{dP^1} - (1-\alpha) \frac{d\beta}{dP^1}}{(1-\beta)^2} \end{aligned} \quad (14)$$

由于 $d\alpha/dP^1 < 0$ ， $d\beta/dP^1 > 0$ ， $\alpha > 0$ ， $\beta > 0$ ，可知 (14) 为负。这意味 $dT/dP^1 > 0$ 。同理，不难知道 $dT/dP^2 < 0$ ， P^1 上升，则 T 增加， h 则可能较大，而 $s-h$ 明显较小。换言之，若 P^1 增加，1 区的犯罪次数将提高，2 区的犯罪次数将减少。这一结果，与实际情况是比较一致的，即犯罪活动水平与被捕的概率呈负相关。这说明，治安措施的严密程度是影响一个地区犯罪水平的主要因素。

3 多区域区位选择

以上我们讨论的是只存在两个犯罪地区的情况。一般情况下，城市内部总是存在好几个

可供罪犯选择的犯罪区位。其犯罪的分布情形,与两个地区的情形大致相似。

现在假设存在 n 个潜在的犯罪地区,且罪犯已决定了 k 次犯罪以外的其他犯罪区位。在 c 地区和 m 地区实施第 k 次犯罪的期望效用之差为:

$$\Delta E = \prod_{i=1}^{k-1} P_i = [U_i^c P^c - U_i^m P^m] \quad (15)$$

这样,罪犯将在 $U^k P$ 最高的地方实施最后一次犯罪。此结果与两个地区的情况一样。

方程 (15) 表明:如果 $U_i^c P^c > U_i^m P^m$ 和 $P^c > P^m$, 则 c 区在各方面均较 m 区理想,罪犯将从其区位决策中排除 m 区。所以,对任何一次犯罪 i 来说,犯罪发生在潜在地区,都是由下列等级序列来决定的:

$$U_i^1 P^1 < U_i^2 P^2 < \dots < U_i^n P^n \quad (16)$$

$$\text{和 } P^1 > P^2 > \dots > P^n \quad (17)$$

现实生活中,两种排列同时存在的情况是不多见的,这仅是理论上的解。在排列 (16) 和 (17) 中的各地区都是与犯罪活动有关的区位。如果罪犯选择在所有地区作案,则暗示各地区之间存在某些抵补。在罪犯看来,如果某一地区是万无一失的,那么,他将在这里集中实施所有的犯罪活动。现实中,罪犯总是倾向于集中在少数几个地区犯罪。因此,我们前面假设的“ n 区”的中 n 一般都很小,这样, (16) 和 (17) 两种排列的可能性就很大。

根据 (16) 和 (17),罪犯将在 n 区实施最后一次犯罪,那么,他又将在哪里实施 $k-1$ 次犯罪呢?为了解答这个问题,可根据以下的比率来排列各个地区:

$$\frac{U^k P_{k-1} - U_{k-1}^1 P^1}{P^1 - P^n} \equiv W \quad (I = 1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

当 (15) 为负时,罪犯将从 n 区往回窜,然后再转移到 W 值最低的地区作案。 W 可以解释为罪犯作案时单位风险的边际期望收益。罪犯通过选择 W 值最小的地区,使其期望收益达到最大,以此来优化其犯罪行为。其他犯罪区位 $k-2, k-1, \dots, 1$ 的选择,也将由 W 的比率的排列顺序来决定。

以上结果,同两个地区的情况是一样的。在两个地区或多个地区的情况下,罪犯都将依据每次犯罪的期望效用或期望收益和成功的概率来优化选择各个地区,然后按照这种规划的序列在各个地区间实施一系列犯罪活动。

4 结 论

本文以犯罪的期望效用和成功概率为空间变量,建立城市犯罪区位选择的微观模型,考察了单个罪犯在两个地区及多个地区的犯罪行为及其在各地区间的转换情况。结果显示:如果一个地区的期望效用和成功的概率均较高,则罪犯将集中在这一地区作案而不会转移到其他地区。当两个地区的期望效用和成功概率不一样时,罪犯就会变换作案区位。

从该模型还可以进一步得知,犯罪分子总是在他感觉成功率最高,但期望效用较低的地

区实施第一次犯罪，而其规划期间内的最后一次犯罪发生在期望效用最高但成功的概率较低的地区。这一结果，可以从空间和时间两方面来解释。从空间方面，城市里的犯罪分子由于其住地周围的环境和警察的活动十分熟悉，会觉得这一地区犯罪成功的概率较其他地方高，所以，其最初的犯罪活动一般是在住地周围实施的，经过一段时间之后就会逐渐转移到离家较远的地区作案。从时间方面，少年犯由于初涉歧途，对所从事的犯罪行当尚不熟练，加之认知空间较小，所以多选择在居住地附近作案；但随着时间的发展，少年犯会逐渐老练起来，认知空间逐渐扩大，就会窜到收益较高但被捕机会也较大的其他地区作案。这就解释了现实生活中为什么扒窃犯罪多为少年犯所为，而流窜犯等职业罪犯多在离家较远的地方作案。

当然，这一模型的推导是在许多假设条件下进行的，其结果与现实情况必然存在一定的差距，实际情况要比这复杂的多；这一模型也仅能用于解释财产犯罪，对于暴力犯罪则无多大意义。尽管如此，这一模型所揭示的犯罪行为规律对制定城市犯罪的空间防范措施仍具有积极意义，即城市的犯罪防范应因地制宜。在贫困的居住区或非职业性的少年犯罪区，应采取区域巡逻一类的“覆盖式”防范措施。因为这些地区对犯罪分子来说，是收益低，但风险也小的犯罪区位，在这里作案的犯罪分子多为初犯和少年犯，采取区域巡逻，一方面可提高威慑效力，给犯罪分子以心理压力，使之不敢轻举妄动；另一方面，这类犯罪分子的作案手段比较简单，巡逻容易发现、识别。在较富裕和职业罪犯出没的地区，则应采取较复杂、严密的防范措施，如安装监视器一类的技术设备、对有犯罪前科的惯犯进行跟踪等。因为这类犯罪分子善于伪装，手段狡猾，不易识别，只有采取先进的监视设备和主动跟踪的方式，才能有效地制止犯罪的发生。

参 考 文 献

- 1 Brintingham P C and Brintingham P L. Environmental Criminology. Waveland Press, Inc, 1991.
- 2 Harris K D. Crime and the Environment. Charles Thomas Publisher, 1980.
- 3 Harris K D. The Geography of Crime and Justice. McGraw-Hill, 1976.
- 4 Krmenc A J and Knudsen D C. Modeling the Spatial Distribution of Urban Residential Burglary. Urban Geography, 1986.
- 5 Evans D J and Herbert D C. The Geography of Crime. Routledge. 1989.

MODELING THE CRIMINAL'S LOCATION CHOICES IN URBAN AREAS

Du Debin Tang Jianzhong

(Institute of Urban & Regional Development, East China Normal University, shanghai 200062)

Abstract

With the method of dynamic programming, two spatial variables, the expected utility and the probability of success for each offense, are used to model the criminal's location choices in urban areas. The modeling results show that a criminal optimizes his crime locations according to the expected utility and the probability of success during his crime planned period. A criminal usually commits his first offence in the district which has the highest probability of success but a lower expected utility, and commits his last offence in the district where the expected utility is the highest and the success probability is lower. If a location has both a higher expected utility and a higher probability of success, the criminal will commit all his offences in this place. The model also suggests that crime prevention measures should be adopted in the light of local conditions. "Covering" measures, such as patrolling, should be taken in the poor residential districts or delinquency districts, while more sophisticated and advanced measures should be introduced in the richer districts or the districts where career criminals haunt.

Key words Crime, Location choice, Mathematical modeling