

山地降水垂直分布三参数高斯模式及其应用

喻 洁

(芜湖教育学院数学系 芜湖市 241000)

喻家龙

(安徽师范大学地理系芜湖市 241000)

摘 要 针对蒋忠信山地降水高斯模式计算中的问题,提出三参数高斯模式及其非线性回归计算方法,将其应用于我国部分山地降水中,效果较好。

关键词 山地降水 三参数高斯模式 非线性回归

分 类 (中图法) P426.615 (科图法) 56.45521

1 问题的提出

山地降水垂直分布模式有多种^[1],其中最具有代表性和被广泛应用的是傅抱璞经验公式^[2]。基于傅氏计算方法上的不足之处^[3],蒋忠信提出山地降水垂直分布高斯模式及其计算方法。笔者认为蒋忠信高斯模式计算亦存在问题,为此提出三参数高斯模式。

2 蒋忠信高斯模式计算中的问题

蒋忠信在文献 [3] 中提出山地降水垂直分布高斯模式,即

$$P_z = a \cdot l^{-b \cdot (Z-H)^2} + C \quad (1)$$

式中, P_z 为海拔 Z (m) 的降水量 (mm), 参数 a (mm)、 b (m^{-2})、 c (mm) 和 H (最大降水量高度, m) 待定。

其计算方法首先将式 (1) 化为直线

$$\ln(P_z - C) = \ln a - b \cdot (Z - H)^2 \quad (2)$$

然后据观测资料 P_z 、 Z , 凭经验以一定步长分别假定 H 、 c , 对 $\ln(P_z - C)$ 和 $(Z - H)^2$ 进行直线回归, 得出 a 、 b 及相应的残差平方和 Q 值。不断搜索直至得到满意的 Q 值。并将计算结果同傅氏经验公式计算值进行比较。

我们认为蒋忠信提出的高斯模式有一定的理论依据和实际意义,但计算有下列问题:第一,将式 (1) 化为式 (2) 再拟合,拟合结果仅对 $\ln(P_z - C)$ 和 $(Z - H)^2$ 为最佳,并非对 P_z 、 Z 最佳,有较大误差存在;第二,模式中含有 4 个参数,而在文献 [3] 中用来拟合的降水资料,测点太少(只有 6 个或 5 个),拟合结果在统计上可信性不强;第三,在测点个数不变的情况下,参数增加一般必会降低 Q 值。因此,将其所得结果同傅氏三参数抛物线拟合的相比较欠妥。

3 三参数高斯模式及其应用

3.1 三参数高斯模式和非线性回归

针对上述问题，我们提出三参数高斯模式和非线性回归计算方法。

式（1）中，由于 $\lim_{Z \rightarrow \infty} P_Z = c$ ，即 c 为海拔无穷高处的降水量，而在一般情况下可将其视为零，所以式（1）可简化为

$$P_Z = a \cdot l^{-b \cdot (Z-H)^2} \tag{3}$$

式（3）只有 3 个参数，应用于山地测点较少的观测数据，在统计上比 4 参数高斯模式可信度高。同时能与 3 参数傅氏公式进行比较，即具有可比性。

将式（3）直线化

$$\ln P_Z = \ln a - b \cdot (Z - H)^2 \tag{4}$$

利用式（4）对原始数据进行拟合，确定参数 a 、 b 、 H ，并以此为初值，直接对式（3）进行非线性回归，从而可得到对 P_Z 、 Z 较优的结果，提高计算精度。

3.2 实际应用

利用三参数高斯模式和前述计算方法，据文献 [3—10] 提供的资料，对我国天目山、黄山、南岭莽山^①、秦岭、峨眉山、天山等山地不同高度年降水量数据进行了拟合。拟合方程参数、计算结果和拟合曲线分别见表 1 和图 1（其余从略）。为了进行比较，同时用傅氏抛物线模式对数据也进行了拟合，拟合方程参数和计算结果列于表 1。

由拟合曲线和表 1 可明显看出：第一，利用三参数高斯模式，采用非线性回归对天目山等不同高度年降水量进行拟合，拟合结果较为理想。平均相对误差均在 2.5% 以下，最大相对误差均低于 5.1%，拟合精度较高。同法，对福建省戴云山、皖西大别山、湘南九嶷山

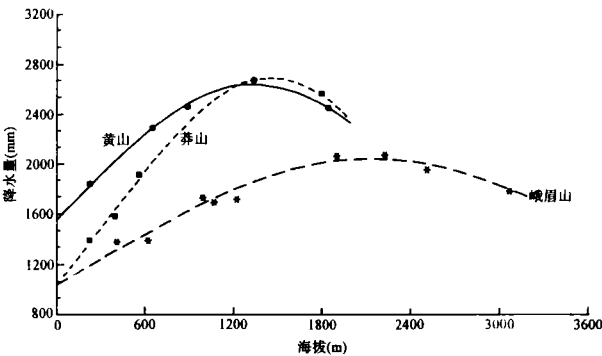


图 1 三参数高斯模式拟合曲线

Fig.1 The simulated curves of three-parameter Gauss formula

① 莽山位于湖南省南部与广东省北部交界处，系南岭中段骑田岭支脉。

表 1 拟合方程参数和计算结果

Tab. 1 The estimated parameters and calculating results

山 地	模式*	拟 合 参 数			残 差 平方和	相对误差(绝对值)	
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>H(c**)</i>		平均(%)	最大(%)
天目山(南坡)	1	1 780. 8	3. 198E-7	978. 2	9 934. 7	2. 37	5. 06
	2	4. 8E-4	0. 939	1 305. 5	12 339. 5	2. 70	5. 47
天目山(北坡)	1	1 836. 7	3. 49E-7	935. 9	8 519. 4	2. 49	3. 52
	2	5. 76E-4	1. 063	1 343. 4	7 963. 2	2. 37	3. 11
黄山(南坡) ^①	1	2 647. 1	2. 95E-7	1 346. 4	1 414. 3	0. 60	1. 00
	2	6. 4E-4	1. 727	1 461. 2	4 064. 3	1. 08	1. 81
九华山 ^①	1	2 254. 5	2. 696E-7	1 032. 3	8. 1	0. 05	0. 11
	2	4. 88E-4	1. 049	1 686. 6	109. 4	0. 18	0. 39
莽山(北坡)	1	2 696. 7	4. 493E-7	1 454. 8	5 103. 9	1. 84	3. 67
	2	6. 03E-4	1. 976	953. 4	7 341. 6	2. 17	4. 37
伏牛山(南坡)	1	1 097. 2	1. 401E-7	1 572. 3	896. 4	1. 15	2. 03
	2	1. 17E-4	0. 396	767. 1	1 035. 9	1. 24	2. 25
秦岭(南坡)	1	1 015. 6	2. 99E-8	2 499. 1	117. 8	0. 33	1. 00
	2	2. 32E-6	0. 0356	922. 7	123. 3	0. 41	0. 79
峨眉山(东坡)	1	2 048. 7	1. 477E-7	2 142. 1	21 605. 7	2. 62	4. 68
	2	2. 41E-4	1. 035	913. 5	30 566. 0	3. 16	5. 98
天山(北坡)	1	581. 7	3. 032E-7	2 562. 3	775. 3	2. 08	4. 05
	2	102E-4	0. 503	-712	2 340. 5	6. 68	11. 82

* 栏中 1 为三参数高斯模式,2 为傅氏模式。

** 为傅氏模式参数之一。

等山地年降水量也进行了拟合,拟合精度亦较高。平均和最大相对误差分别均在 2.6%和 4.3%以下。第二,三参数高斯模式拟合精度,除个别山地(天目山北坡)外均高于傅氏抛物线模式。以黄山为例,残差平方和由 4 063.3 下降到 1 414.3,平均相对误差由 1.1%下降到 0.6%,最大相对误差由 1.8%下降到 1.0%。这表明我国部分山地年降水量随海拔高度的分布,不仅可以用三参数高斯模式来描述,而且这种描述对多数山地来说更接近实际。第三,各山地最大降水量高度差别很大。如天目山北坡为 935.9m,而天山北坡竟在 2 500m 以上。究其原因,主要与气候潮湿程度有关。比较湿润的山区,最大降水量高度偏低。各山地年最大降水量出现高度,与文献 [1] 中相应地年最大降水量高度基本一致。

但在应用中也遇到如武夷山等山地降水用上述两种模式不易拟合的特殊情况。正如文献 [1] 所指出的,武夷山区在 1 800m 以上至山顶(黄岗山)年降水量有一剧增过程。这可能与该山区局部复杂地形等的影响有关。

① 黄山玉屏楼、九华山百岁宫两测点资料,因地形影响大,拟合时舍弃。

4 结语

三参数高斯模式及其非线性回归，计算简便，精确度较高。不仅较好地解决了傅氏抛物线模式和蒋忠信高斯模式计算中的问题。同时也表明我国部分山地年降水量垂直分布廓线更接近三参数高斯曲线。这对于确定山地年降水量随高度的变化，无疑是具有一定理论和实际意义的。这里需要说明一下，就某一山地降水随高度的分布，还受地形形态、植被、土壤等微观因素的影响。本文在对比模式计算精度时，尚未排除其影响。至于对少数特殊情况的山地降水如何拟合，有待进一步研究。

参 考 文 献

1 翁笃鸣，罗哲贤. 山区地形气候. 北京：气象出版社，1990. 303—304.
2 傅抱璞. 山地气候. 北京：科学出版社，1984. 204—207.
3 蒋忠信. 山地降水垂直分布模式讨论. 地理研究，1989，7(1)：73—77.
4 安徽省气象局资料室. 安徽气候. 合肥：安徽科学技术出版社，1983. 167.
5 九华山志编纂委员会. 九华山志. 合肥：黄山书社出版，1990. 13—14.
6 谢光辉. 莽山地区气温、降水垂直变化及农林布局对策. 湖南师大学报(自然科学版)，1992，15(4)：377—383.
7 钟允熙. 峨眉山东坡气候的垂直分布. 中国亚热带研究专辑(一). 西南师范学院学报(自然科学版)增刊，1984(5)：111—116.
8 张家诚，林之光. 中国气候. 上海：科学技术出版社，1985. 170—171，217.
9 关寅生. 九嶷山垂直农业气候特征. 山区气候文集. 北京：气象出版社，1984. 177—178.
10 王善型，王相文，苏士勤. 大别山东段(安徽侧)农业气候资源及其合理利用. 大别山区农业气候资源论文集. 北京：气象出版社，1989. 106—107.

THE THREE-PARAMETER GAUSS FORMULA AND ITS
APPLICATION IN MOUNTAIN PRECIPITATION
VERTICAL DISTRIBUTION STUDIES

Yu Jie

(Department of Mathematics, Wuhu Educational
College, Wuhu 241000)

Yu Jialong

(Institute of Geography, Anhui Normal
University, Wuhu 241000)

Abstract

Many kinds of formulas about Mountain Precipitation Vertical Distribution are presented these days. Among them, Fu’s formula is the one applied very often. Based on the shortcomings of Fu’s formula, Four-parameter Gauss Formula and its computing method are proposed by Jiang Zhongxin. The formula is described as follows.

$$P_z = a \cdot l^{-b \cdot (z-H)^c} + c$$

Where, P_z means precipitation (mm) at the height of z (m) and a , b , c , H are parameters. The computing method he used is to linearize the above equation. Thus, an equation $\ln(P_z - c) = \ln a - b \cdot (Z - H)^2$ is obtained. Then linear regression method is applied to optimize $\ln(P_z - c)$. At last, the computing conclusions are compared with those from Fu's formula.

There exist some problems in Jiang's formula and its computing method. Firstly, the optimization is only for $\ln(P_z - c)$ with respect to $(Z - H)^2$, not for P_z with respect to z . Thus, a large error exists. Secondly, the statistical confidence is not strong for the data set used to fit the formula which has not enough observations to estimate four parameters. Thirdly, it is not reasonable to compare conclusions from the four-parameter formula with those from Fu's three-parameter formula.

Due to the above problems, three-parameter Gauss formula and its nonlinear regression method are presented by the authors as follows.

$$P_z = a \cdot l^{-b \cdot (z-H)^c}$$

Compared to the Jiang's formula, c is omitted for the reason that c means the precipitation at very high spaces and usually it is assumed to be zero. Thus, the statistical confidence is improved due to the fewer parameters when the number of observations is small. And it is acceptable to compare the conclusions from this formula with those from Fu's formula.

A nonlinear regression method is applied directly to optimize P_z with respect to z . By this way, the precision is improved largely.

At last, the three-parameter Gauss formula and its nonlinear regression method have been successfully applied to the analysis of mountain areas' precipitations in China, such as Huangshan Mountain, Emeishan Mountain, Qinglin and Tianshan Mountain. The average relative errors are less than 2.5% and the maximum relative errors are lower than 5.1%.

Key words Mountain precipitation, Three-parameter Gauss formula, Nonlinear regression