

文章编号: 1000-0585(2000)03-0277-06

淮河流域洪涝变化的耗散性

周寅康, 王腊春, 许有鹏, 张捷

(南京大学城市与资源学系, 南京 210093)

摘要: 混沌理论中, 人们提出了一些非线性复杂现象的分析方法。在这些方法的启发下, 我们曾研究了淮河流域洪涝变化的分形特征和混沌性。在先前研究的基础上, 该文以淮河流域洪涝变化为对象, 通过表征相空间轨道附近平均收缩(发散)特征的 Lyapunov 指数, 定量地分析和论证了淮河流域洪涝变化的耗散性。淮河流域洪涝变化耗散性的定量论证标志着在地理系统非线性研究方面进行了新的尝试和探索。

关键词: 耗散性; 淮河流域; 洪涝变化; 混沌; Lyapunov 指数

中图分类号: P331.1; N93 **文献标识码:** A

1 引言

由热力学第二定律可知, 对于一个封闭系统, 表征系统无序程度的熵将随系统的演化而不断产生(增大), 系统最终将趋于平衡态(无序)。而开放系统, 由于其与外界不断存在着物质、能量等的交换与流动, 故系统的熵变化(dS)除系统本身的熵产生(d_iS)外, 还有系统与外界环境的交换而存在的熵流(deS)。系统的熵产生始终是正的, 即 d_iS 恒大于 0 (只有可逆过程时为 0), 而熵流则可正可负, 视外界环境对系统的作用而定。若系统与外界环境交换而存在的熵流为负, 且其绝对值大于系统的熵产生, 而系统的总的熵变化将小于 0, 此时, 系统演化将因外界环境能量的消耗大于系统本身的无序而趋向有序。这类系统的结构是耗散的(dissipative)^[1]。地理系统, 由于其开放性和非线性, 与外界不断存在着物质、能量等的交换, 且现实地理系统的有序性, 如经向地理规律、纬向地理规律、生物多样性等, 故地理系统是一类耗散结构系统。

然而, 地理系统耗散性的研究多限于上述基于一些物理概念的定性分析或阐释。这虽然极大地丰富和发展了复杂而有规律的地理现象的传统认识, 但仍然没有摆脱地理研究以定性解释为主, 缺少定量分析的传统研究层次, 与系统论、信息论、协同论、突变论等在地理学中的应用研究一样, 浅尝辄止, 没有形成真正的现代地理学的革新或革命。因此, 定量分析和研究地理系统的耗散性, 对加强和加快地理学研究的定量化进程, 加深复杂的地理现象的本质认识具有重要的理论与实践意义。

现代非线性科学的发展, 尤其是混沌理论的发展和应用的不断深入, 为本质上是

收稿日期: 1999-12-05; 修订日期: 2000-04-28

基金项目: 教育部高等学校博士点基金资助项目(98028432)

作者简介: 周寅康(1962-), 男, 江苏吴县人, 博士, 副教授。主要研究方向为地理学的非线性研究、土地管理与房地产估价, 曾发表论文 30 多篇。E-mail: yinkang@jloine.com

复杂的、开放的、非性线的地理系统结构的耗散性的定量分析与研究提供了新的理论、方法和机遇。本文拟根据混沌理论与方法,以淮河流域近500年(1470~1991)洪涝变化^[2]为对象,在淮河流域洪涝变化基本特征^[2]、分形特征^[2,3]、混沌性与吸引子维数研究^[4]的基础上,通过表征相空间轨道附近平均收缩(发散)特征的Lyapunov指数谱,定量地分析论证淮河流域洪涝变化的耗散性,以对地理学的定量化研究进行新的尝试和探索。

2 Lyapunov 指数谱

设由离散数据序列表征的相空间中的一动力系统为:

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, m$$
 (1)

式中 \dot{x} 、 dx/dt 、 m 是相空间维数,可由系统吸引子维数确定,吸引子维数则可由关联维数很好地逼近^[5,6]。设关联维数为 d_2 , 则相空间维数 $m = INT(d_2 + 1)$, $l = 1, 2, \dots, INT$ 为取整函数。 x 是 m 维相空间中的一个矢量, x^1, x^2, \dots, x^m 是 x 的 m 个状态变量。上述动力系统可以写成如下简化形式

$$\dot{x} = f(x)$$
 (2)

其中 $f = (f^1, f^2, \dots, f^m)$ 。

为判断相空间中的一条轨线 $x_0(t)$ 是否为吸引子,要考察 $x_0(t)$ 在轨线领域中的任一条轨线 $x(t)$ 随时间 t 的流逝,是否趋近于 $x_0(t)$ 或是离开 $x_0(t)$ 。为此,将

$$x(t) = x_0(t) + \delta x(t)$$
 (3)

代入(2)式,并对 $\delta x(t)$ 线性化得

$$\frac{d}{dt} \delta x(t) = L \delta x(t)$$
 (4)

式中 $\delta x(t)$ 为初始轨线 $x_0(t)$ 附近的一个小扰动, L 是线性矩阵

$$L = \begin{bmatrix} \frac{f_1}{x_1} & \frac{f_1}{x_2} & \dots & \frac{f_1}{x_m} \\ \frac{f_2}{x_1} & \frac{f_2}{x_2} & \dots & \frac{f_2}{x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{f_m}{x_1} & \frac{f_m}{x_2} & \dots & \frac{f_m}{x_m} \end{bmatrix}$$
 (5)

矩阵元通常与时间有关。

由式(4)可得下列极限

$$\lambda = \lim_t \frac{1}{t} \ln \delta x(t)$$
 (6)

式(6)中定义的 λ 就是 Lyapunov 指数^[6]。

m 维动力系统中, δx 有 m 个分量,而每个分量都有一相对应的 Lyapunov 指数(λ),因此, m 维系统中共有 m 个 λ 值,它们从大到小的次序排列为

$$\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_m$$

这 m 个实数即为完整的 Lyapunov 指数谱。

从上述定义可以看出, Lyapunov 指数实际上是表征相空间中不同方向轨道附近相空间

体平均收缩 (发散) 特征的一个物理量。Lyapunov 指数小于零的方向上, 相空间体积趋于收缩, 系统在该方向上的运动趋于有序。由耗散结构理论可知, 耗散结构系统的相空间体积 (广义体) 总体上是收缩的^[1]。因此, 就耗散结构系统而言, 所有的 Lyapunov 指数之和应小于零, 即相空间中各个方向上的收缩 (膨胀) 之总体积趋于收缩, 系统在演化过程中相体积将趋于一维数有限的吸引子 (attractor) 上。如设系统为 3 维相空间, 则其相空间体积 V 的变化率 (散率) 为

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} < 0 \tag{7}$$

式中 x 、 y 、 z 表示三维相空间中的状态变量, \dot{x} 、 \dot{y} 、 \dot{z} 则是这三个状态变量的 “速度”。同理, 正的 Lyapunov 指数则反映了系统演化在该方向上的发散性。因此, 正的 Lyapunov 指数表明, 系统原来十分临近的二个状态 $x_0(t)$ 和 $x_0(t) + \delta x(t)$, 随着系统的演化, 将变得越来越不相关, 即系统初始状态的任意不确定性将导致系统长时间演化行为的不可预报性, 系统演化最终将进入混沌态 (chaos), 这就是所谓的混沌系统对初始条件的极端敏感性。Lorenz 在研究大气系统演化与预测时称之为 “蝴蝶效应”^[7]。因此, 正的 Lyapunov 指数的存在表证着系统的混沌性。Lyapunov 指数是判断系统是否为混沌的重要参数。

对于由常策分方程 (组) 描述的动力系统, 可采用征正化群方法计算任何期望精度的 Lyapunov 指数谱; 对于实验或实测的离散数据序列, 则可通过相空间重构近似计算^[8]。如系统吸引子维数 $m \geq 3$, 则可采用 Wolf^[9]建议的从几何角度计算相空间线度 (面积、体积) 增长率的方法进行计算; 如系统吸引子维数超过 3 维, 这一简洁而直观的方法一般不能提取完整的 Lyapunov 指数谱。这是因为, 随着相空间维数的增加, 计算量及难度将大大增加。此时, 可采用 Eckmann^[10]等所提出的相关矩阵法。淮河流域洪涝变化吸引子维数 (关联维数逼近) 为 $4.66^{[4]}$, 大于 3 维。故宜采用相关矩阵法, 以提取其完整的 Lyapunov 指数谱。

Eckmann 所建议的相关矩阵方法如下:

首先, 运用相空间重构 (phase-space reconstruction) 中的时间延时法 (time of delays)^[8], 将一维时间序列重构 m 维相空间 R^m 。以轨道上一相点 $\vec{y}(t_i)$ 为中心, ϵ 为半径作小球, 得到处于小球内的点集 S_j 为 $\{x_j, j = 1, 2, \dots, N\}$, 即有

$$|\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i)| < \epsilon \tag{8}$$

为计算方便, 以

$$|\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i)| = \max_{0 \leq a < m} \{ |x(t_j + a) - x(t_i + a)| \} \tag{9}$$

($a = 1, 2, \dots, m$) (m 为相空间嵌入维数) 来代替 Euclid 空间中的距离。显然, 点集 S_j 与 ϵ 的取值有关。

经过一个单位时间后, $\vec{y}(t_i)$ 演化到 $\vec{y}(t_i + 1)$, 相应的 $\vec{y}(t_j)$ 演化到 $\vec{y}(t_j + 1)$ 。由于 Lyapunov 指数是描述相空间轨道对初始条件微小差异的平均收缩 (发散) 率, 因此, 我们可以构造一个线性算子来描述这种偏差的时间演化过程, 即存在一个矩阵 $A_i (m \times m)$, 使相空间中两点的初始距离 $\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i)$ 与单位时间后的距离 $\vec{y}(t_j + 1) - \vec{y}(t_i + 1)$ 满足下式:

$$\vec{y}(t_j + 1) - \vec{y}(t_i + 1) = A_i [\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i)] \tag{10}$$

式中 A_i 为线性算子。

矢量 $\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i)$ 并不占满整个 R^m 空间。为了缩减 A_i 的维数, 减少计算工作量, 假定

有一正数 $p(p > 1)$, 满足

$$m - 1 = (d_m - 1)p \tag{11}$$

式中 m 为相空间重构时的嵌入相空间维数, d_m 称为矩阵维数, 有 $d_m \geq m$ 。

通过上述变换, 原来 m 维相空间中的矢量

$$\vec{y}(t_i) = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1})$$

相对地在 d_m 维中的矢量 \vec{y}_i 可以写成:

$$\vec{y}(t_i) = (x_i, x_{i+p}, \dots, x_{i+(m-1)p}) \tag{12}$$

对应 m 维中的公式 (10), 在 p 维中可表示为

$$\vec{y}(t_{j+1}) - \vec{y}(t_{i+1}) = A_i [(\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i))] \tag{13}$$

它等价于

$$\vec{y}(t_{j+p}) - \vec{y}(t_{i+p}) = A_i [\vec{y}(t_j) - \vec{y}(t_i)] \tag{14}$$

其中

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_p \end{bmatrix} \tag{15}$$

为 $p \times p$ 矩阵, 而参数 a_k 可通过最小二乘法拟合计算, 即

$$\left\{ \sum_{j \in S_j} \sum_{k=0}^{p-1} a_{k+1} (x_{j+km} - x_{i+km}) - (x_{j+pm} - x_{i+pm}) \right\}^2 = \min \tag{16}$$

从式 (15)、(16) 可以得到一系列矩阵 $A_i, A_{i+p}, A_{i+2p}, \dots$, 现将矩阵 A_i 重新编号, 命名为 $A_1, A_{1+p}, A_{1+2p}, \dots$ 。

设 $Q_{(j)}$ 是一个正交矩阵, 其中 $Q_{(0)}$ 是单位矩阵, $R_{(j)}$ 是具有正对角线元素的上三角阵。

运用正交分解, 可以得到

$$\begin{cases} A_1 Q_{(0)} = Q_{(1)} R_{(1)} \\ A_{1+p} Q_{(1)} = Q_{(2)} R_{(2)} \\ A_{1+2p} Q_{(2)} = Q_{(3)} R_{(3)} \\ \vdots \\ A_{1+jp} Q_{(j)} = Q_{(j+1)} R_{(j+1)} \end{cases} \tag{17}$$

于是, Lyapunov 指数谱 λ_i 为

$$\lambda = \frac{1}{p \Delta t k} \sum_{j=1}^k \ln R_{(j)kk} \tag{18}$$

式中 k 是 $R_{(j)}$ 矩阵的个数, $k = (N - mp - 1) / p$, Δt 是时间间隔, $R_{(j)kk}$ 为矩阵 $R_{(j)}$ 的主对角线元素值。

3 淮河流域洪涝变化的耗散性

对淮河流域近 500 年洪涝变化的分析表明^[2~4]: 淮河流域洪涝变化除存在一些基本的统计特征外, 如周期性、相对集中性等, 还存在明显的非线性, 如统计分形结构特征; 进

一步分析表明, 淮河流域洪涝变化具有混沌性, 存在奇怪吸引子, 其吸引子维数为 4.66。根据上述的相关矩阵法, 本文计算了淮河流域洪涝变化的 Lyapunov 指数谱(表 1)。在淮河流域洪涝变化 Lyapunov 指数谱的提取中, 取嵌入相空间维数 $m=INV(d_2+l)$, $l=1, 2, 3, \dots, d_2=4.66$, 由吸引维数的分析可知^[4], 淮河流域洪涝变化序列的饱和嵌入维数为 8, 故本文取 m 为 5 (最低相空间维数) 和 8 (最高相空间维数), ϵ 为 0.2~2.0, $\Delta\epsilon=0.2$, $p=2$, 时间延时 τ 由自相关函数值首次达到 0 特征值求取^[6]。

表 1 淮河流域洪涝变化的 Lyapunov 指数谱
Tab. 1 The Lyapunov exponents of the flood series in the Huaihe River basin for the last 500-years period (time delay $\tau=8$)

λ_l	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	i
$m=5$	0.113 5	0.076 5	- 0.007 3	- 0.068 3	- 1.126 8				- 1.0124
$m=8$	0.122 9	0.098 7	0.000 5	- 0.026 3	- 0.056 8	- 0.684 3	- 0.912 7	- 2.115 9	- 3.573 9

由表 1 可知, 淮河流域洪涝变化的 Lyapunov 指数谱中, 基本符合理论上的 Lyapunov 指数谱的排列结构, Lyapunov 指数包含正值、零 (近似) 和负值, 但所有的 Lyapunov 指数之和小于 0。表明, 在淮河流域洪涝变化动力系统演化过程中, 相空间中不同方向轨道的演化趋势是不同的, 某些方向轨道的演化呈收缩趋势, 另一些方向上则呈发散趋势。但是相空间中所有方向轨道上的演化呈收缩趋势。这种不同方向轨道上的收缩/发散趋势必然导致淮河流域洪涝变化系统的演化呈不断的拉伸折迭状态, 并最终不超越维数为 4.66 的吸引域内。因此, 淮河流域洪涝变化是一类具有耗散结构的混沌动力系统。

4 问题讨论

自以 Prigogine 为首的布鲁塞尔学派创立耗散结构理论以来, 耗散结构理论在自然科学和人文科学各个学科领域得到了广泛的重视和深入的研究, 并导致了科学哲学的新认识。地理系统是一类开放的非线性系统, 其结构是耗散的, 但由于其复杂性, 其耗散性研究多限于基于某些物理概念的定性阐释。

混沌, 即确定性随机, 是非线性科学中的又一重要研究领域, 是本世纪最重要的科学发现之混沌研究深化了人们对非线性复杂现象的认识, 得到了包括地理学在内的众多学科领域的关注和重视, 其理论探索和应用研究正在不断深入拓展。本文根据混沌理论, 在前关于淮河流域洪涝变化分形性、混沌性研究的基础上, 运用 Lyapunov 指数谱定量地分析和论证了淮河流域洪涝变化的耗散性。淮河流域洪涝变化耗散性的定量论证标志着在开放而复杂的地理系统的耗散性的定量研究方面进行了新的尝试和探索, 对地理学的定量化研究和非线性研究具有积极的推动作用。

诚然, 淮河流域洪涝变化的耗散性只是反映了洪涝系统这一地理子系统的耗散性, 要全面深入地研究地理系统的耗散性、非线性还有很长的路要走。有理由相信, 随着现代非线性理论不断发展, 非线性应用研究的不断深入, 以及地理学本身的发展, 复杂而开放的地理系统的非线性研究将逐步深入, 并丰富非线性研究的领域和内容。

参考文献:

- [1] 伊·普利高津. 曾庆宏 等译. 从存在到演化[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1986.
- [2] 周寅康. 淮河流域洪涝特征初步研究[J]. 地理研究, 1996, 15(1): 22~29.
- [3] 周寅康, 张捷, 王腊春. 淮河流域洪涝变化的信息维研究[J]. 自然灾害学报, 1997, 6(4): 90~94.
- [4] 周寅康, 包浩生, 张捷. 淮河流域洪涝变化吸引子维数研究[J]. 地理科学, 1998, 18(4): 362~367.
- [5] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence[J]. *Dynamical Systems and Turbulence*, Springer, Berlin, 1981, 898: 366~381.
- [6] Tsonis A A. Chaos: from theory to applications (Chapter 8)[M]. New York and London: Plenum Press, 1992.
- [7] Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow[J]. *Journal of Atmospheric Science*, 1962, 20(2): 130~141.
- [8] Porporato A, Ridolfi L. Nonlinear analysis of river time sequences[J]. *Water Resources Research*, 1997, 33(6): 1353~1367.
- [9] Wolf A. determining Lyapunov exponents from a time series[J]. *Physica*, 1988, 16D: 285~290.
- [10] Eckmann J P, Kamphorst S V. Lyapounov exponents from time series[J]. *Physical Review A*, 1986, 34(6): 4971~4979.

Dissipation of the flood series in the Huaihe River basin

ZHOU Yin-kang, WANG La-chun, XU You-peng, ZHANG Jie
(Dept. of Urban and Resources, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: Within the field of chaos theory, several methods for the analysis of complex dynamical system have been proposed recently. In the light of these ideas and methods, we have analyzed the fractal and chaotic characteristics of the flood series in the Huaihe River Basin. The present paper follows our preceding research, quantitatively analyses dissipation of the flood series in the Huaihe River Basin by means of Lyapunov exponent spectrum with illustrates the average convergence and/or divergence near trajectories in phase space. The research shows that the Lyapunov exponent of the flood series in the Huaihe River Basin has positive and negative exponents, and zero as well. Furthermore, the total Lyapunov exponents is less than zero. That quantitatively demonstrates the flood system of the Huaihe River Basin is dissipative according to the dissipative theory by Prigogine and chaotic characteristic according to the chaotic theory.

The quantitative analysis to the dissipation of the flood series in the Huaihe River Basin demonstrates that the quantitative and nonlinear study in geographical system has begun, although geographical system is an open and very complex one. Apparently, it has positive significance to the quantitative and nonlinear study of geographical system.

Key words: dissipation; Huaihe River basin; flood series; chaos; Lyapunov