

城市异速标度研究的起源、困境和复兴

陈彦光

(北京大学城市与环境学院, 北京 100871)

摘要: 系统总结了城市异速标度研究的学术源流、量纲困境和现状特征, 重点探讨了城市化异速标度分析的前景和意义。异速标度是城市研究的基本理论方法之一, 该方法起源于20世纪50年代的生物学和一般系统论。由于量纲难题, 城市异速分析经过一段时间的研究热潮之后趋于冷落; 由于分维概念的引入, 异速标度关系摆脱了量纲困境; 由于相关领域的推动, 城市异速分析方法复兴。异速生长和异速标度分析在城市形态、城市生态、城市性态、城市动态以及城市体系等诸多领域都有应用。如今, 异速生长正在与分形和自组织网络理论相互融合, 发展成为基于一般标度律的城市过程和格局的集成分析方法。由于城市化与城市形态、城市体系等方面的密切相关, 异速标度分析极有前景的一个发展方向可能是城市化研究。城市化异速分析可望将不同类型的城市异速标度研究成果组织成一个完整的逻辑框架。

关键词: 异速标度; 城市化; 城市形态; 城市体系; 分形; 自组织网络

1 引言

异速标度关系最早发现于生物现象, 该理论逐渐从生物学渗透到地理学、物理学、语言学、社会学、经济学、计算机科学以及自组织网络等诸多领域。如今, 异速标度律被视为理解世界的普适图景(ubiquitous patterns)之一。地理学是较早引入异速生长理论的学科, 城市研究则是最早应用异速定律的地理学领域。20世纪70年代城市异速分析达到第一个高峰期^[1-7]。由于量纲难题, 城市异速分析一度陷入理论困境; 由于分形思想的引入, 城市异速关系的量纲问题终于得到解决, 使得城市异速问题重新受到学术界的重视。例如, 城市地理学和物理学的双栖学者Benguigui及其合作者研究了以色列特拉维夫城市形态的边界与面积异速标度关系^[8]; 著名城市理论地理学家Batty及其合作者将异速标度分析用于英国大伦敦的建筑形态研究, 发现城市建筑物的平均高度、建筑面积、建筑物的边界以及体积之间服从异速标度律^[9], 这个发现对城市规划和城市空间优化利用具有指导意义。

近年来, 西方学者直接或者间接利用异速标度思想开展了大量有关城市的研究工作, 包括城市形态(urban form)、城市生态(urban ecology)、城市性态(urbanism)和城市体系(urban system)。这些内容是城市化研究的组成部分^[10]。在城市内部结构方面, 有研究揭示了城市人口规模与基础设施密度之间的异速标度关系^[11]; 还有学者发现城市小汽车拥有量、城市加油站数量与城市规模的异速标度关系^[12]; 也有学者发现城市基础设施、人均收入与城市规模的异速标度关系^[13], 这些发现对城市规划也很有意义。在城市体系和交通

收稿日期: 2012-11-02; 修订日期: 2013-04-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(41171129)

作者简介: 陈彦光(1965-), 男, 河南罗山人, 博士, 副教授, 主要从事地理分形和复杂城市系统研究。

E-mail: chenyg@pku.edu.cn

网络方面,发现城市公路网络服从异速标度律^[14];还有学者从自组织网络的角度研究了城市人口规模与网络联系度(degree)和网络强度(strength)的异速关系,以及市民月收入(monthly municipal income, MMI)与网络联系度和网络强度的关系^[15]。在城市生态和性态方面,有人类比于哺乳动物的心跳频率(生物生命步伐)与生物体积之间的负幂律关系,揭示了城市居民步行的平均速度(相当于生命活动的步伐)与城市体积之间的异速标度关系^[13];能量消耗(相当于生物体的新陈代谢率)、城市间人口流动的节奏(相当于生物体的脉搏速率)与城市的人口规模(相当于生物体的体积)、大城市中不同区位之间人口移动的异速标度关系也被揭示^[16,17]。有一些异速标度分析不是直接针对城市,但其思想和方法可以应用于城市生态和性态研究,例如人口生殖力(用生育率测度)与人均能量消耗的异速标度关系^[18]、人口规模与人口活动地域范围的异速标度关系^[19],以及人类旅行的标度关系^[20]。这些研究都可以推广到城市化研究。日本学者发现,日本姓氏与所在人群规模之间存在异速标度关系,而姓氏规模与该姓氏的人口位序之间则存在负幂律关系^[21]——实际上是一种反异速关系。这个发现对城市生态研究具有启发意义。

遗憾的是,上述很多地理问题的研究不是地理学家开展的工作,其研究成果也不是发表在地理期刊上。过去有许多地理问题被其他领域侵占和瓜分的教训。如果地理界不及早占领城市化的异速标度研究,有关问题或迟或早会成为其他学科的组成部分,从而地理学的理论活动空间受到进一步地挤压。到了那个时候,地理学者不得不像从相关学科“拿来”其他成果一样,又得从有关领域拿来异速标度研究成果。果真如此,地理学就很难从一门追随型的学科发展为一门创造型的学科。这种局面显然不利于地理科学的可持续发展。

近年来,中国地理学者特别是年轻学者也开始着手城市异速生长研究,大多数学者研究城市化进程中的城市人口—城区面积异速关系及其应用^[22-27],少数学者研究了城、乡人口异速关系^[28]、城市体系时空演化^[29]以及城市人口—产值关系^[30]等。陈彦光等在城市人口—城区面积、城市化、郊区化、城市人口—产值关系、城市体系、交通网络、城市化的分叉和混沌过程等诸多领域开展了较多的异速标度分析,在理论和应用两个领域进行了拓展^[31,32],主要研究成果如下:① 基于量纲不对称提出了城市同测度异速标度关系,并在此基础上发展了城市体系研究的广义维数分析方法^[33];② 正式提出等级异速的概念^[34];③ 揭示了城市化从分叉到混沌演化过程的异速标度关系^[35];④ 发现城市体系与水系具有相同的等级异速特征,二者都可以采用规模—面积—数目测度刻画异速标度关系^[36];⑤ 提出了城市自仿射生长过程中两个正交主方向上的异速标度关系^[37]。西方学者从城市化角度揭示出城市专利产品、个人收入以及电缆长度与城市规模之间的正异速关系,即标度指数大于1以及城市基础设施与城市规模之间的负异速关系,即标度指数小于1,这个发现对城市优化具有重要意义^[13]。其实,陈彦光等从分形和异速的角度开展过类似研究,并发现如下规律:城市产值和耗能等与人口规模之间为正异速关系,而城市用地则与城市规模之间为负异速关系^[38-40]。这意味着,城市规模越大,人均收入越高,人均用地(与基础设施有关)越少,但水能消耗更多。

问题在于,无论西方的城市异速标度研究,还是中国的城市异速生长分析,都未曾系统化,特别是直接针对城市化的研究成果迄今不多。另一方面,城市化研究的方方面面都涉及异速标度问题。前期的研究历史表明,基于城市化的异速生长研究是未来一个极具前景的方向。以城市化研究为指向,可望构建一个完整的异速分析理论和模型框架。

2 城市演化的异速分析方法及其演进

2.1 中国地理学家重视异速分析

中国已故著名地理学家李旭旦先生曾经在当年的地理科普杂志《地理知识》上发表了一篇学术论文“现代地理学的几个问题”^[41],在该文中李先生强调地理研究的“三要三不要”:①要“有地有理”,不要轻视理论建设;②要“目中有人”,不要人、地分离(二元化);③要“心中有数”,不要泛泛立言,忽略定量方法和数理分析。至于案例,李旭旦非常重视异速生长分析:“美国曾有人用类推法,利用了我国解放初期发表的七年城市人口统计,根据其城区面积的逐步扩大(用卫星图像量算)与人口增长的比例关系,建立模型,推算出今日中国城市人口数字,其正确程度达90%以上。”李旭旦所谓的美国人,包括美籍华裔地理学家罗楚鹏(C P Lo)。罗楚鹏等曾基于卫星图片,多次开展中国城市的异速生长研究^[42,43]。李旭旦所说的“比例关系”,就是城市人口—城区面积异速标度关系,这里的“模型”则是异速生长模型。几乎在李先生赞赏这篇文章的同时,周一星先生将Lo等的文章译成中文^[44],在北京大学地理系的内部资料上印发,可惜没有引起广泛注意。

地理学中的许多重要理论起源于生物学,如空间自相关(spatial auto-correlation)分析、最近邻分析(Nearest Neighbor Analysis, NNA)等等,都是从生物学引入地理学的。异速生长分析最初也是从生物学领域“拿来”或者“送来”的。异速生长定律(law of allometric growth)在生物学中有着较长的演变历史^[45],在地理学中的发展已逾半个世纪。它是生物学和生态学最基本的标度概念^[46,47],也是城市地理学的重要标度关系之一^[31]。

2.2 异速分析方法的引入、发展和量纲困境

早在1932年讨论Thompson的名著《论生长与形态》^[48]的时候,Huxley就曾提出了异速生长概念^[49]。更早地,Otto Snell曾于1892年提出哺乳动物的头脑尺寸与身躯大小具有异速生长关系——例如婴儿的脑袋相对于躯体明显偏大,而成年人的脑袋相对于躯体则明显偏小^[50,51],因此异速生长的原义一般理解为“与整个机体的绝对大小的变化相关的比例的差异”^[47]。这个定义后来被发展为生物体的局部与整体的几何测度关系^[52]:“一个器官的相对增长率与整个生物体的相对增长率具有恒定的比值。”在一般系统论中,如果一个要素的相对增长率与系统整体或者系统中的另外一个要素的相对增长率比值为常数,则二者构成异速生长关系。异速生长定律最初是由Naroll和Bertalanffy合作从生物学领域引入人文地理学领域的^[51]。有一个生物学家对城市异速生长研究发挥了一定作用,那就是Gould^[47,53]。Gould具有很强语言能力,欧洲一些非英语国家学者撰写的有关异速生长的论文如Snell的文章他也能看懂,并将有关研究发扬光大,在生物学中产生了显著影响^[45]。不仅如此,他的工作对地理学家也影响较大。从事过异速生长研究的早期地理学家,大多从Gould的文章中受益——美国纽约州立大学布法罗分校(SUNY-Albany)地理系的Michael Woldenberg教授就曾向笔者推荐Gould的异速生长论文。而且,Gould的研究不限于生物现象,他还从城市建筑层面研究过人文领域的异速生长现象,例如探讨过罗马教堂的面积与周长之间的异速标度关系^[53]。类比于生物现象,地理学家自然会联想到,城市地理系统中也会存在这种关系。比方说,城市体系局部(如最大城市)的相对增长率可能与整个城市体系的相对增长率具有恒定的比值,城市人口与城区面积、城区面积与城市边界长度,如此等等,都可能存在异速标度关系。实证结果表明,这种基于地理—生物现象的

类比思考是可取的。异速标度律的确是生物和地理学等多领域同样适用的普遍性规律。

城市异速生长研究在 20 世纪 50 年代起步，到 70 年代发展到第一个鼎盛时期。1973 年美国的《城市与区域规划学 (Ekistics)》杂志曾经发表过城市异速生长的研究专辑，该专集重印了有关异速生长的 Naroll 和 Bertalanffy 的自然—社会交叉学科文章^[51]以及 Gould 的生物学文章^[47]。但是，到了 80 年代，有关研究虽然仍在持续，但却一度陷入低迷时期，原因在于城市异速生长研究的量纲困境。

自然科学的量纲 (dimension) 与数学中维数 (dimension) 概念是一个问题的两个方面。异速生长的量纲难题实际上就是地理空间的维数难题。异速标度关系在数学模型上表现为一种幂律关系 (power-law relation)，幂律关系本质上是一种比例关系。根据比例公理，一个几何体的两个测度成比例，当且仅当二者具有相同的维数。推而广之，一个系统的两个要素成比例，当且仅当两个要素具有相同的量纲。这就是所谓比例一致性原理 (dimension consistency principle)，或者叫做量纲一致性原理^[50]。如果一个几何测度与另外一个几何测度维数不同，则必须将其转换为相同的维数，才可以建立比例的关系。例如，2 维的面 A 和 3 维的体 V 不可以构成比例关系，除非经过维数一致性转换。像 $A \propto V$ 或者 $A=kV$ 这样的比例关系式是错误的 (这里 k 为比例系数)。但是，经过量纲转换之后，比例关系成立，即有 $A^{1/2} \propto V^{1/3}$ 或者 $A^{1/2}=kV^{1/3}$ 。对于一个系统，假定一个要素或者测度 x 的维数为 D_x ，另一个要素或者测度 y 的维数为 D_y ，则二者的比例关系为：

$$y^{1/D_y} = kx^{1/D_x} \tag{1}$$

这个关系等价于如下异速标度关系：

$$y = k^{D_y} x^{D_y/D_x} = cx^b, \tag{2}$$

式中参数：

$$c = k^{D_y}, \quad b = \frac{D_y}{D_x}$$

这里异速标度指数 b 实际上是两个测度的维数之比 D_y/D_x 。

异速生长在城市研究中主要用于刻画如下标度关系：① 城市体系中最大城市与整个城市体系的关系^[52,54]；② 城市人口与城区面积的关系^[43,50,55,56]；③ 城区面积与城市边界长度的关系^[34,57,58]；④ 城市人口与乡村人口的关系^[51,59]。

下面以城市人口 (P)—城区面积 (A) 异速生长定律为例，说明异速生长理论的量纲困境和最终出路。城市形态的异速生长定律可以表作：

$$A = aP^b \tag{3}$$

式中： a 为比例系数； b 为标度指数。比例系数容易理解，标度指数的地理含义是令地理学家长期困惑的问题^[50]。如上所述，根据几何学知识，一个测度如人口 (P) 与另一个测度如面积 (A) 形成比例关系的前提是二者的维数相等。否则，就通过开方变换将二者的量纲转为一致。不然，它们就不能构成比例关系。式 (3) 表示的是一种比例关系。其中面积测度 A 的维数可以视为二维，即 $d_a=2$ 。人口的维数呢？地理学家首先想到的是三维，即有 $d_p=3$ ^[50,60]。于是，根据几何测度关系，标度指数 b 当为面积测度 d_a 的维数与人口规模测度的维数 d_p 的比值，即有：

$$b = \frac{d_a}{d_p} = \frac{2}{3} \approx 0.667 \tag{4}$$

可是，这个判断却得不到观测数据的支持。于是，可重新假定人口分布为 2 维，即 $d_p=$

2^[50]。这样，理论上应有：

$$b = \frac{d_a}{d_p} = \frac{2}{2} = 1$$

(5)

然而，这个判断依然得不到经验数据的支持。大量观测计算结果表明，*b* 值既不近似等于 2/3，也不近似为 1，而是趋近于 0.85，介于上述两种结果之间。

这就难倒了当时的理论地理学家了。人口规模测度既非 2 维，亦非 3 维，究竟是什么维数？由于当年没有分数维（fractional dimension）的概念，理论预期与观测结果的矛盾无法解决。在这种情况下，人们另辟蹊径，提出各种各样复杂的概念来解释上述维数现象，最后还是难以自圆其说^[50]。因此，从 20 世纪 50 年代到 70 年，经过 20 年的异速生长研究，地理学家对有关工作的热情一度冷却下来。

2.3 分维概念与异速标度量纲难题的解决

直到分形和分维概念出现，地理学的异速分析才摆脱量纲困境。原来，城市人口和城市形态的维数不一定是整数，而可以是分数维——整数维仅仅是分数维的特例^[61]，因此应有：

$$b = \frac{D_a}{D_p}$$

(6)

式中：*D_a* 表示城市形态的分维；*D_p* 表示城市人口的分维。它们都不必为整数，从而异速标度指数 *b* 不必是整数之比。这样，标度指数的量纲难题终于找到了解决方案^[31,55,56]。

维数是一种空间分布的几何特征量，维数的高低暗示城市地理系统演化的控制变量数目。理论上容易证明，城市人口和形态维数与空间分布的格局有关^[56]。整数维与分数维的地理意义大不相同，前者意味着简单、规则、连续、有特征尺度以及完全填充或者均匀填充，后者意味着复杂、不规则、不连续、无特征尺度以及不均匀填充（表 1）。特别是，分维暗示城市发展的控制变量存在某种空间局限，有关问题仍有待探索。城市人口和形态为分维，表明这些地理现象的空间图式不同于传统的直观判断。城市人口和用地的演化过程是一种不规则的非连续填充，并且它们的分布没有特征尺度。这个发现的认识论意义非常深刻。在这种情况下，传统的数学方法如微积分（基于规则几何学）、线性代数（用于线性分析）、概率论与统计学（基于有特征尺度的分布）在城市地理学的定量分析方面作用有限，城市空间分析需要全新的数学工具。

然而，量纲问题仅仅是异速标度问题的关键之一，却不是问题的全部。具体说来，人们认识到异速标度指数 *b* 本质是分维之比，而不是整数维数之比。因此，实证研究计算的标度指数不必等于 2/3，也不必等于 1。其数值主要介于 2/3 到 1 之间，甚于小于 2/3 或者大于 1 都不令人奇怪。一个科学问题的解决总会引发另外一些科学问题。异速标度涉及的分维在技术层面仍然存在争议。Batty

表 1 整数维与分维数区分的典型对比

Tab. 1 Comparison between the integral dimension and fractional dimension (fractal dimension)

比较的内容	整数维(欧氏维数)	分维数(分形维数)
演化过程	简单(线性过程)	复杂(非线性过程)
空间格局	规则(简单的秩序)	不规则(无序背后的有序)
空间分布	连续(无间歇)	不连续(有间歇)
概率分布	有特征尺度(中庸型分布)	无特征尺度(极端型分布)
空间填充	完全填充或者均匀填充	不完全且不均匀的填充
维数	已知(无需测算)	未知(需要计算)
面积和规模测度	未知(需要计算)	极限值为已知(标度分析)

等假定城区面积测度对应的维数为2, 即有 $D_a=2$ ^[55]; 城市人口的维数小于2, 即有 $D_p<2$ 。于是标度因子 $b>1$ 。但是 Batty 等的这个假定不好理解: 一方面, 这个判断与实际计算值不吻合。因为实测的标度指数一般小于1, 而且城市人口分布通常不是分维^[62]。另一方面, 如果标度指数 $b>1$, 则意味着城市规模越大, 人均城市用地也越多, 从而城市增长无效率^[31,50]。陈彦光等提出了另外一个解决方案: 由于城市人口服从负指数分布, 其维数为欧氏维数, 即 $D_p=d=2$; 城区面积的维数在技术上对应于城市形态的维数, 在统计平均意义上趋近于1.7^[55], 即有 $D_a \rightarrow 1.7$ 。因此, 标度指数 $b \rightarrow 1.7/2=0.85$ ^[34,56]。有关问题仍在进一步探讨之中。

2.4 城市异速研究的发扬和集成分析方法的形成

城市异速生长研究的再度复兴在于如下3方面的因素: ① 如前所述, 量纲难题的解决。② 相关领域的推动。例如, 出生于理论物理学的著名科学家 G B West 在异速生长研究方面开展了大量工作^[63]。West 出任美国圣菲研究所 (Santa Fe Institute, SFI) ——复杂性研究的起源地——首席科学家之后, 不仅研究生物学领域的异速生长现象, 而且将有关研究成果推广到相关领域, 包括城市现象^[13,64]。于是, 异速分析方法再度从生物学的领域波及地理学的领域。由于 West 的巨大影响, 地理学家开始重新审视异速研究的地理学应用价值。③ 城市地理研究的必要性。异速标度关系在城市演化过程中广泛存在, 这就导致异速生长分析问题不可避免, 有关问题下面将专门说明。

长期以来, 城市地理学一直缺乏有效的理论研究方法^[65]。Batty 指出: “尽管经过了一个世纪的努力, 我们的城市演化知识依然十分贫乏。然而, 最近的研究表明, 城市是自下而上成长的复杂系统, 由于激烈的空间竞争, 城市规模和形状非常好地服从幂律。”^[66]幂律是异速生长、分形和自组织网络的共同规律或者“交集”, 于是异速理论、分形理论和自组织网络理论走到一起来了, 正在形成一种关于城市演化的集成理论。异速生长与分形的关系容易理解, 如前所述, 异速标度指数是两个分形维数之比。自组织网络可以分为简单网络和复杂网络, 前者服从指数律, 后者服从幂律。如果自组织网络是复杂结构的, 则其幂律分布就会与异速标度律发生理论上的联系。Batty 指出: “一种关于城市如何演化的集成理论正在逐步地发展起来, 该理论借助网络科学、异速生长和分形几何将城市经济和交通行为与城市发育联系起来。……这种集成理论具有一种潜力, 丰富当前的城市规划理论, 并且以更现实的、有益于所有城市居民的规划设计代替传统的自上而下的策略。”^[66]

3 城市化过程的异速标度分析及其意义

3.1 异速分析与城市化过程的直接联系

城市异速标度分析在未来具有多种可能的发展方向, 包括基础理论的探索和应用方法的开拓。其中最具有前景的一个方向是城市化异速分析, 因为城市化研究可以将城市形态、城市生态、城市性态、城市动态和城市体系的各种异速研究统一起来, 形成一个完整的理论和方法框架。异速生长与城市化研究具有直接的“天然”关系和间接的逻辑关系 (图1)。首先, 异速标度指数是同一个系统两种测度的相对增长率的比值。如果以城市人口 u 为一种测度, 乡村人口 r 为另外一种测度, 它们的相对增长率分别为 $\alpha = du/(udt)$, $\beta = dr/(rdt)$, 则异速标度指数为二者的商或比率^[67], 即有:

$$a = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{du/dr}{udt/rdt} = \frac{d \ln u}{d \ln r}$$

(7)

积分可得：

$$u \propto r^a$$

(8)

这正是当年Naroll等论证的城乡人口异速标度关系^[51]， α 为城市化过程的标度指数。另一方面，城乡人口相对增长率的差可以导致城市化水平的logistic方程^[68,69]。具体说来，城市化水平的内生增长率为：

$$k = \alpha - \beta = \frac{du}{udt} - \frac{dr}{rdt} = \frac{d \ln u}{dt} - \frac{d \ln r}{dt}$$

(9)

对上式积分，可以导出城乡人口替代的指数模型^[70]和城市化水平的logistic模型^[68,69]。不同时刻 t 城市化水平 $L(t)$ 的logistic模型可以表作：

$$L(t) = \frac{u}{u+r} = \frac{1}{1 + (1/L_0 - 1)e^{-kt}}$$

(10)

式中：参数 L_0 为城市化水平的初始值。这个方程多年来一直是联合国预测世界各国城市化水平的基本工具^[71,72]。显然，城市化水平的异速标度指数 b 和城市化水平的内生增长率 k 都是由城、乡人口的相对增长率 α 和 β 定义，从而与城乡人口替代的标度指数 α 具有内在关系。对方程式（10）求导数，可以得到城市化水平的logistic微分方程；将方程离散化，可以得到一维logistic映射。从这个映射出发，可以导出城市化水平的分叉和混沌等复杂行为模式^[73]。

3.2 异速分析与城市化过程的间接联系

城市化可以通过城市形态和城市体系与异速生长建立间接的逻辑关系（图1）。如前所述，城市化过程包括城市形态、城市生态、城市性态和城市体系^[10]。在城市形态、城市体系以及城市化研究方面，异速标度关系早有应用（表2）。首先看城市形态：第一，在中观尺度上，Nordeck等发展了城市人口、城区面积的异速生长关系^[4,60,74,75]。Batty等发展了城市面积和边界长度的异速关系^[55]。第二，在微观层面，Gould揭示了建筑物边长与面积的异速标度关系^[53]——这一研究最近被Batty等推广到城市形态研究^[9]，而Batty等揭示了城市形态中斑块面积和斑块边界长度的异速标度关系^[55]。再看城市体系：第一，类比于生物体器官与躯体的关系，Beckmann等建立了区域最大城市与城市体系的异速标度关系^[52,69,76]。第二，陈彦光等发现人文

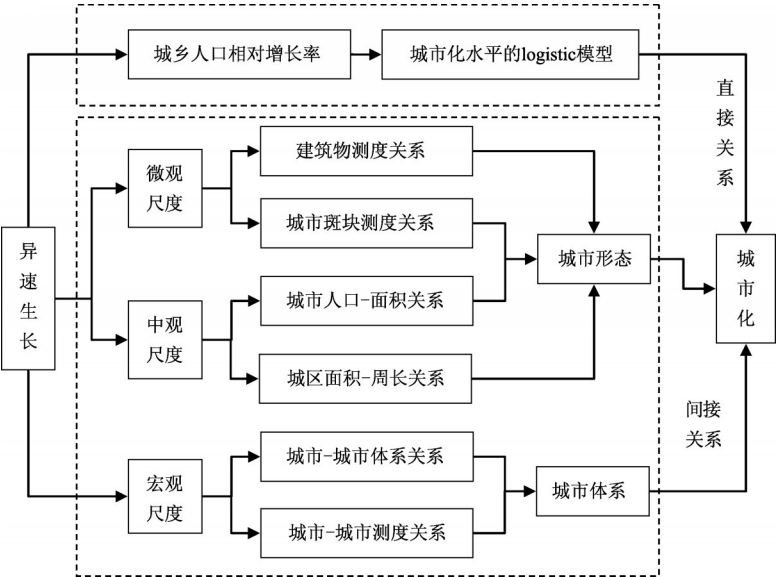


图1 异速生长与城市化过程的直接关系和间接联系
Fig. 1 The direct and indirect relationships between allometric growth and urbanization

表 2 城市地理学中异速生长的主要应用领域 (举例)

Tab. 2 The studies on allometric growth in urban geography (examples)

研究者	自变量 x	因变量 y	描述对象
Gould ^[53]	建筑物 i 的边长	建筑物 i 的面积	城市微观要素关系
Batty-Longley 等 ^[55]	城市斑块 i 的边长	城市斑块 i 的面积	城市微观形态特征
Nordeck-Dutton ^[4,60]	城市 i 的人口	城市 i 的面积	城市结构特征
Batty-Longley 等 ^[55]	城市 i 的边长	城市 i 的面积	城市织构特征
Chen-Lin ^[37]	城市 i 方向生长	城市 j 方向生长	城市自仿射生长
Beckmann ^[52]	区域城市总人口	区域最大城市人口	城市要素-整体关系
Naroll-Bertalanffy ^[51]	区域乡村人口	区域城市人口	城市化过程
陈彦光 ^[38]	城市 i 的人口或产值	城市 j 的人口或产值	城市体系时空演化
Chen 等 ^[74,79]	第 m 级的城市人口	第 m 级的城区面积	城市体系等级结构
Chen ^[73]	城市演化纵向分叉	城市演化横向分叉	城市分叉与混沌

地理现象的量纲与维数对称关系破坏, 据此建立了相同测度的异速标度关系^[38,77,78]。进而, 发展了一套城市体系异速标度分析广义维数方法^[31,33]。第三, 陈彦光等揭示了城市位序—规模分布和中心地体系中隐含的异速标度关系, 提出了等级异速 (hierarchical allometry) 和反异速 (inverse allometry) 标度的概念^[31,34,79]。

3.3 理论意义

异速生长是关于规模 (size) 与形状 (shape) 关系的研究^[80], 而规模与形状的关系是城市地理学理论建设和应用分析的基本问题^[66,81]。1973 年, 美国《城市与区域规划学 (Ekistics)》杂志发表的异速生长论文专集主题就是“人类聚落生长中的规模和形状”。人类聚落生长的过程与城市化过程具有密切的动力学关系。因此, 异速标度分析可以从基本的理论视角研究城市化过程的理论原理。

异速标度分析可以用于城市地理学中的模型建设和参数分析。地理空间在理论上有两种定义方法: 过去常用基于特征长度的距离变量定义, 如今可用基于无特征尺度的分维数来定义。简而言之, 理论地理学的地理空间正在由基于距离的地理空间发展为基于维数的地理空间。由于异速生长与分形几何的关系, 可以借助异速标度分析揭示地理模型参数隐含的地理空间意义。举例说来, 如果将城市位序—规模分布转换为等价的等级体系, 则可以建立城市人口规模与各级城市数目的反异速关系, 从而揭示 Zipf 定律标度指数 q 的地理空间意义, 即有:

$$q = \frac{D_p}{D_A} = \frac{D_{lp}}{D_{la}} = \frac{1}{D} \tag{11}$$

这就是说, Zipf 定律的标度指数 q 等于城市规模分布分维 D 的倒数, 等于城市体系人口分布维数 D_p 与网络分布维数 D_A 的比值, 等于最大城市人口维数 D_{lp} 与最大城市形态维数 D_{la} 的比值^[79]。再如, 城市引力模型的距离摩擦系数 γ 的地理含义和计算方法一直存在难题。如今, 基于城市等级体系的递阶结构 (cascade structure) 的异速标度关系, 可以导出城市引力模型距离摩擦系数的地理理论关系^[82]:

$$\gamma = qD_A \tag{12}$$

这表明, 对于城市体系而言, 引力模型的距离摩擦系数 γ 在统计平均上等于城市规模分布 Zipf 定律的标度指数 q 与城市网络维数 D_A 的乘积。将式 (11) 代入式 (12) 得到 $\gamma = D_p$ 。由此可见, 引力模型的距离摩擦系数等于城市体系人口分布维数。如果人口分布是分形的,

则距离摩擦系数的统计平均值等于人口分布的分维，数值介于1-2之间；如果人口分布不是分形，例如满足指数分布或者高斯分布，则维数为 $D_p=2$ ，从而距离摩擦系数趋于 $\gamma=2$ 。这样，只要确定了一个区域的城市人口分布模式，就可以估计该区域引力模型的距离摩擦系数均值。

上面仅仅给出了两个非常简单的例子，类似的证据还有许多。从表1可以看到，借助异速标度分析，可以通过多种渠道研究城市化问题。包括城市化过程动态研究、微观层面的建筑形态研究、中观层面的城市形态研究和宏观层面的城市体系研究。在这个过程中，可望解决城市化问题的许多基本理论问题。

3.4 实践意义

城市化理论问题的解决具有深刻现实意义。以下几个具体的例子可以说明城市异速标度研究的实践价值。

(1) 城市人口—城区面积异速标度指数的用途。根据式(3)的标度指数，可以将异速生长分为正异速生长($b>1$)、同速(isometry)生长($b=1$)和负异速生长($b<1$)。当 $b>1$ ，城市人口扩张的速度小于城区面积扩张的速度，城市用地浪费；当 $b<1$ ，城市人口扩张的速度大于城区面积扩张的速度，城市用地节约；当 $b=1$ ，城市人口扩张的速度等于城区面积扩张的速度，城市人均用地恒定^[50]。由此可以看出，这个异速标度指数可以作为城市化过程中城市土地利用是否合理以及合理程度的一个定量判据。

(2) 城市规模分布Zipf定律标度指数的用途。中国究竟应该优先发展大城市，还是优先发展小城市？这个问题长期以来争论不休。其实，该问题可以借助异速分析给出回答。城市化过程进入自组织临界状态之后，城市规模分布服从Zipf定律^[83]。由于城市网络维数 D_A 小于或者等于城市人口分布维数 D_p ，即有 $D_A \leq D_p$ ，根据式(11)，必有城市规模分布的标度指数 q 大于等于1，即有 $q \geq 1$ 。如果不满足这个条件，则应该进行优化处理。根据第五次人口普查数据，中国城市规模分布的标度指数大约为 $q=0.8<1$ 。在这种情况下，应该适当发展较大的城市，直到 $q \approx 1$ 为止。当 q 值过大，比方说 $q>1.2$ ，则应该优先发展较小的城市。总之，维持 q 接近于1的状态就是城市规模分布的优化状态。可见，究竟优先发展大城市，还是优先发展小城市，关键在于城市规模分布的状态，不可泛泛而论。

(3) 城市人口—乡村人口异速标度分析的用途。城、乡人口动力学分析表明，城市化过程可以导致分叉和混沌，这个过程由式(9)的参数 k 控制^[73]。在城市化动力学中，式(7)中的参数 a 与分形有关，式(9)中参数的 k 与混沌有关，而 a 与 k 显然存在数值关系。如果城乡人口分布是分形的，则维数必然介于1-2之间，从而 a 值介于0.5-2之间。在这种情况下， k 值不会太高，从而混沌不可能发生。如果城、乡人口的标度关系破坏，则 a 值会大大超出0.5和2的界限，于是 k 值有可能超出一定的临界值，从而城市化过程出现混沌状态。由于 a 值和 k 值都由城市化的速度控制，城市化速度不宜太快，过快会导致周期震荡乃至混沌。对于城市化而言，震荡和混沌意味着不稳定。

诸如此类的应用实例还有很多。借助异速分析、分形思想和自组织网络理论，可望揭示城市化过程的一系列理论，建立相应的模型。通过理论和模型建设，可以为城市化现实问题的解决提供有益的理论参考和应用指导。一言以蔽之，开展城市化异速生长研究，可以建立非常具体的城市化集成理论模型，并据此解决非常迫切的现实问题，例如城市用地的集约问题、城市规模分布的优化问题（优先发展大城市还是优先发展小城市）、城市化速度问题等。

4 结论

总而言之,城市异速标度分析经历过热潮和冷落,由于分形思想解决了量纲难题,如今再度复兴,成为城市研究中备受器重的定量分析工具。异速标度分析未来可能在城市化研究领域发挥重要作用。对于中国的城市研究特别是城市化研究而言,异速生长的作用尤其值得重视。第一,中国城市化形势发展的需要。中国是一个人口大国,目前处于快速城市化时期,出现了很多史无前例、在国外也找不到严格类比的城市发展现象。在这种情况下,既需要脚踏实地的实证研究,也需要一丝不苟的理论探讨和定量分析。第二,城市理论研究集成方法的长足进步。经过数十年的发展,异速生长、分形几何和自组织网络理论正在形成一种城市研究的集成理论^[31,66]。这种集成分析方法在城市演化分析方面具有其他方法不可替代的功能,有助于解析中国城市化过程。第三,异速分析与城市化研究的历史关联和现实可能。异速分析方法最初由Naroll与一般系统论的创始人Bertalanffy合作引入社会科学研究的时候,研究对象之一就是城市化,具体内容是城市人口与乡村人口的异速标度关系^[50,51]。城市化不仅是乡村人口转换为城市人口的过程,而且涉及城市形态、城市生态、城市性态以及城市体系的复杂空间过程^[10]。异速分析在西方城市形态、城市体系等方面具有长久的应用历史^[52,74,85,86]。第四,异速标度分析是近年来国际城市研究的热门话题。西方的物理学家、计算机科学家、自组织网络学者乃至生物学家等纷纷借助异速标度理论研究有关城市化的各种城市现象。如果地理学界不及时行动起来,有关领域可能被诸多学科瓜分。从全局着眼,从局部入手,积极开展研究,才能有效解决问题。

参考文献 (References)

- [1] Bon R. Allometry in the topologic structure of architectural spatial systems. *Ekistics*, 1973, 36: 270-276.
- [2] Doxiadis C A. The structure of cites. *Ekistics*, 1973, 36: 278-281.
- [3] Dutton G. Foreword: size and shape in the growth of human communities. *Ekistics*, 1973, 36: 142-243.
- [4] Dutton G. Criteria of growth in urban systems. *Ekistics*, 1973, 36: 298-306.
- [5] Haire M. Biological models and empirical histories of the growth of organizations (Modern Organization Theory). *Ekistics*, 1973, 36: 263-269.
- [6] Newling B E. Urban growth and spatial structure: Mathematical models and empirical evidence (The geographical Review). *Ekistics*, 1973, 36: 291-297.
- [7] Woldenberg M J. An allometric analysis of urban land use in the United States. *Ekistics*, 1973, 36: 282-290.
- [8] Benguigui L, Blumenfeld-Lieberthal E, Czamanski D. The dynamics of the Tel Aviv morphology. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 2006, 33: 269-284.
- [9] Batty M, Carvalho R, Hudson-Smith A et al. Scaling and allometry in the building geometries of Greater London. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 2008, 63(3): 303-314.
- [10] Knox P L, Marston S A. *Places and Regions in Global Context: Human Geography* (4th Edition). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2007.
- [11] Um J, Son S-W, L S-I et al. Scaling laws between population and facility densities. *PNAS*, 2009, 106(34): 14236-14240.
- [12] Kühnert C, Helbing D, West G B. Scaling laws in urban supply networks. *Physica A*, 2006, 363: 96-103.
- [13] Bettencourt L M A, Lobo J, Helbing D et al. Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities. *PNAS*, 2007, 104(17): 7301-7306.
- [14] Samaniego H, Moses M E. Cities as organisms: Allometric scaling of urban road networks. *Journal of Transport and Land Use*, 2008, 1(1): 21-39.
- [15] De Montis A, Barthélemy M, Chessa A et al. The structure of interurban traffic: A weighted network analysis.

- Environment and Planning B: Planning and Design, 2007, 34(5): 905-924.
- [16] Isalgue A, Coch H, Serra R. Scaling laws and the modern city. *Physica A*, 2007, 382(2): 643-649.
- [17] Chowell G, Hyman J M, Eubank S et al. Scaling laws for the movement of people between locations in a large city. *Physical Review E*, 2003, 68(6): 066102(1-7).
- [18] Moses M E, Brown J H. Allometry of human fertility and energy use. *Ecology Letters*, 2004, 6(4): 295-300.
- [19] Hamilton M J, Milne B T, Walker R S et al. Nonlinear scaling of space use in human hunter-gatherers. *PNAS*, 2007, 104(11): 4765-4769.
- [20] Brockmann D, Hufnagel L, Geisel T. The scaling laws of human travel. *Nature*, 2006, 439: 462-465.
- [21] Miyazima S, Lee Y, Nagamine T et al. Power-law distribution of family names in Japanese societies. *Physica A*, 2000, 278(1-2): 282-288.
- [22] 陈溶萍, 董捷. 城市城区面积—城市人口异速生长关系研究. *产业与科技论坛*, 2008, 7(10): 159-160.
- [23] 李郁, 陈刚强, 许学强. 中国城市异速增长分析. *地理学报*, 2009, 64(4): 399-407.
- [24] 梁进社, 王旻. 城市用地与人口的异速增长和相关经验研究. *地理科学*, 2002, 22(6): 649-654.
- [25] 刘继生, 陈彦光. 山东省城市人口—城区面积的异速生长特征探讨. *地理科学*, 2005, 25(2): 135-141.
- [26] 吴金华, 吴国栋. 基于城市人口—城区面积异速生长关系的西安市城市化水平测算模型研究. *国土资源科技管理*, 2008, 25(1): 92-95.
- [27] 赵岑, 冯长春. 我国城市化进程中城市人口与城市用地相互关系研究. *城市发展研究*, 2010, 17(10): 113-118.
- [28] 古杰, 陈忠暖, 张少伟. 中国中部六省城乡人口异速生长过程分析. *云南地理环境研究*, 2010, 22(4): 13-19.
- [29] 姜世国. 呼和浩特地区城镇体系工农业发展能力的异速生长分析. *经济地理*, 2004, 24(6): 820-825.
- [30] 常静, 李雪铭. 修正后的城市系统异速生长方程实证研究: 以大连市为例. *地理科学*, 2004, 24(4): 406-412.
- [31] 陈彦光. 分形城市系统: 标度、对称和空间复杂性. 北京: 科学出版社, 2008.
- [32] 陈彦光, 余斌. 异速生长律与城市郊区化的分维刻画. *华中师范大学学报(自然科学版)*, 2004, 38(3): 370-373/378.
- [33] Chen Y, Jiang S. An analytical process of the spatio-temporal evolution of urban systems based on allometric and fractal ideas. *Chaos, Soliton & Fractals*, 2009, 39(1): 49-64.
- [34] Chen Y. Characterizing growth and form of fractal cities with allometric scaling exponents. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, Volume 2010, Article ID 194715. 22.
- [35] Chen Y. Urban chaos and perplexing dynamics of urbanization. *Letters in Spatial and Resource Sciences*, 2009, 2(2): 85-95.
- [36] Chen Y. Analogies between urban hierarchies and river networks: Fractals, symmetry, and self-organized criticality. *Chaos, Soliton & Fractals*, 2009, 40(4): 1766-1778.
- [37] Chen Y, Lin J. Modeling the self-affine structure and optimization conditions of city systems using the idea from fractals. *Chaos, Soliton & Fractals*, 2009, 41(2): 615-629.
- [38] 陈彦光. 豫北地区城镇体系的分形研究. 长春: 东北师范大学硕士学位论文, 1995.
- [39] 陈彦光, 刘明华. 区域城市规模分布的分维研究. *科技通报*, 1998, 14(6): 395-400.
- [40] 陈彦光, 周一星. 城市规模-产出关系的分形性质与分维特征. *经济地理*, 2003, 23(4): 476-481.
- [41] 李旭旦. 现代地理学的几个问题. *地理知识*, 1979, (9): 1-2, 5.
- [42] Lo C P, Welch R. Chinese urban population estimates. *Annals of the Association of American Geographers*, 1977, 67: 246-253.
- [43] Lo C P. Urban indicators of China from radiance-calibrated digital DMSP-OLS nighttime images. *Annals of the Association of American Geographers*, 2002, 92(2): 225-240.
- [44] Lo C P, Welch R. 中国城市人口估算 (Chinese urban population estimates). 见: 城市规划参考资料5. 周一星 译. 北京: 北京大学地理系, 1978. 1-19.
- [45] Gayon J. History of the concept of allometry. *American Zoologist*, 2000, 40(5): 748-758.
- [46] Wu J, Jones K B, Li H et al. *Scaling and Uncertainty Analysis in Ecology: Methods and Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2006.
- [47] Gould S J. Allometry and size in ontogeny and phylogeny. *Biological Reviews*, 1966, 41: 587-640.
- [48] Thompson D W. *On Growth and Form* (An abridged edn, edited by J.T. Bonner). Cambridge, England: Cambridge University Press, 1917..

- [49] Huxley J S. Problems of Relative Growth. 2nd ed. New York: Dover, 1972.
- [50] Lee Y. An allometric analysis of the US urban system: 1960-80. *Environment and Planning A*, 1989, 21: 463-476.
- [51] Naroll R S, Bertalanffy L von. The principle of allometry in biology and social sciences. *General Systems Yearbook*, 1956, 1(2): 76-89.
- [52] Beckmann M J. City hierarchies and distribution of city sizes. *Economic Development and Cultural Change*, 1958, 6: 243-248.
- [53] Gould S J. The shape of things to come. *Systematic Zoology*, 1973, 22: 401-404.
- [54] 陈彦光. Beckmann城市体系异速生长模型的理论基础与实证分析. *科技通报*, 2002, 18(5): 360-367.
- [55] Batty M, Longley PA. *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function*. London: Academic Press, 1994.
- [56] 陈彦光, 许秋红. 区域城市人口一面积异速生长关系的分形几何模型: 对 Nordbeck-Dutton城市体系异速生长关系的理论修正与发展. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 1999, 12(2): 198-203.
- [57] Imre A R, Bogaert J. The fractal dimension as a measure of the quality of habitat. *Acta Biotheoretica*, 2004, 52: 41-56.
- [58] 王新生, 刘纪远, 庄大方, 等. 中国特大城市空间形态变化的时空特征. *地理学报*, 2005, 60(3): 392-400.
- [59] 陈彦光, 靳军, 余国忠. 河南省城市化进程的异速生长分析: 1971-1996. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 1999, 12(3): 321-325.
- [60] Nordbeck S. Urban allometric growth. *Geografiska Annaler B*, 1971, 53(1): 54-67.
- [61] Mandelbrot B B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H.Freeman and Company, 1982.
- [62] 高安秀树. 分数维. 沈步明, 常子文 译. 北京: 地震出版社, 1989.
- [63] West G B, Woodruff W H, Brown J H. Allometric scaling of metabolic rate from molecules and mitochondria to cells and mammals. *PNAS*, 2002, 99(suppl. 1): 2473-2478.
- [64] Peterson G. Geoffrey West on biological and urban allometry. *Resilience Science*, 2010, available from: <http://rs.resalliance.org/>.
- [65] Portugali J. *Self-Organization and the City*. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [66] Batty M. The size, scale, and shape of cities. *Science*, 2008, 319: 769-771.
- [67] 陈彦光, 罗静. 城市化水平与城市化速度的关系探讨: 中国城市化速度和城市化水平饱和值的初步推断. *地理研究*, 2006, 25(6): 1063-1072.
- [68] United Nations. *Patterns of Urban and Rural Population Growth*. New York: U.N. Department of International Economic and Social Affairs, Population Division, 1980.
- [69] 周一星. *城市地理学*. 北京: 商务印书馆, 1995.
- [70] Karmeshu. Demographic models of urbanization. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 1988, 15(1): 47-54.
- [71] United Nations. *World Urbanization Prospects: The 1992 Revision*. New York: U.N. Department of Economic and Social Information, Population Division, 1993.
- [72] United Nations. *World Urbanization Prospects: The 2003 Revision*. New York: U.N. Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 2004.
- [73] Chen Y. Spatial interaction creates period-doubling bifurcation and chaos of urbanization. *Chaos, Soliton & Fractals*, 2009, 42(3): 1316-1325.
- [74] Dutton G H. National and regional parameters of growth and distribution of urban population in the United States, 1790-1970. *Harvard Papers in Theoretical Geography, Geography of Income Series, V. Laboratory for Computer Graphics and Spatial Analysis, Graduate School of Design, Harvard University*, 1971.
- [75] 刘明华, 陈彦光, 单纬东. 河南省城市人口一面积时空关联的分形特征. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 1999, 12(2): 204-209.
- [76] Carroll G R. National city-size distribution: what do we know after 67 years of research? *Progress in Human Geography*, 74, 6(1): 1-43.
- [77] 陈彦光, 王永洁. 城镇体系相关作用的分形研究. *科技通报*, 1997, 13(4): 233-237.
- [78] 刘继生, 陈彦光. 长春地区城镇体系时空关联的异速生长分析: 1949-1988. *人文地理*, 2000, 15(3): 6-12.
- [79] Chen Y, Zhou Y. Reinterpreting central place networks using ideas from fractals and self-organized criticality. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 2006, 33(3): 345-364.

- [80] Small C G. The Statistical Theory of Shape. Berlin: Springer, 1996.
- [81] Longley P A, Batty M, Shepherd J. The size, shape and dimension of urban settlements. Transactions of the Institute of British Geographers (New Series), 1980, 16(1): 75-94.
- [82] Chen Y. Fractal systems of central places based on intermittency of space-filling. Chaos, Soliton & Fractals, 2011, 44 (8): 619-632.
- [83] 陈彦光. 城市化: 相变与自组织临界性. 地理研究, 2004, 23(3): 301-311.
- [84] Lee Y. A stochastic model of the geometric patterns of urban settlements and urban spheres of influence: A clumping model. Geographical Analysis, 1972, 4: 51-64.
- [85] Tobler W R. Satellite confirmation of settlement size coefficients. Area, 1969, 1: 30-34.
- [86] Woldenberg M. Allometric growth in social systems. Harvard Papers in Theoretical Geography, Geography of Income Series, VI. Laboratory for Computer Graphics and Spatial Analysis, Graduate School of Design, Harvard University, 1971.

The rise, fall, and revival process of allometric scaling analysis in urban studies

CHEN Yanguang

(Department of Geography, College of Urban and Environmental Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: The allometric scaling analysis in urban studies originated from biology and general system theory. At first, it was employed to analyze the allometric relation between urban and rural population associated with urbanization. Before long, the studies on the scaling relation between urban area and population became the mainstream of the allometric analysis. The chief aim is to reveal the relationship between size and shape of cities. But a dimension conundrum arose. Urban area can be regarded as a 2-D measurement, and urban population used to be treated as a 3-D measurement. Thus, according to the principle of dimensional consistency, the scaling exponent of urban area and population should be $2/3$. However, it does not conform to reality. Then, urban population was treated as a 2-D measurement. If this was true, the allometric scaling exponent should equal 1. However, this does not yet tally with the actual situation. Geographers and city scientists were placed in a dilemma whether to treat urban population size as a 2-D or a 3-D measurement because the observed scaling exponent values always come between $2/3$ and 1. The geographical students failed to extricate themselves from the theoretical predicament before the introduction of the concept of fractional dimension. The rapid rise of fractal geometry and complexity theory results in the rejuvenation of allometric analysis of cities associated with scaling law. Now, allometry has been applied to urban form, urban ecology, urbanism, urban dynamics, and urban systems. All of the applications are the bases of studies on urbanization. One of the most significant research directions of allometry in urban studies in future may be the allometric scaling analysis in urbanization.

Key words: allometric growth; allometric scaling; fractals; urban evolution; urban form; urbanization; self-organized network