

张玉虎, 向柳, 孙庆, 等. 贝叶斯框架的 Copula 季节水文干旱预报模型构建及应用[J]. 地理科学, 2016, 36(9): 1437-1444. [Zhang Yuhu, Xiang Liu, Sun Qing et al. Bayesian Probabilistic Forecasting of Seasonal Hydrological Drought Based on Copula Function. Scientia Geographica Sinica, 2016, 36(9): 1437-1444.] doi: 10.13249/j.cnki.sgs.2016.09.017

贝叶斯框架的 Copula 季节水文干旱 预报模型构建及应用

张玉虎^{1,2}, 向柳^{1,2}, 孙庆³, 陈秋华³

(1. 首都师范大学资源环境与旅游学院, 北京 100048; 2. 水资源安全北京实验室, 北京 100048;

3. 首都师范大学数学科学学院, 北京 100048)

摘要: 根据季节径流量相关特性, 利用标准径流指数(SRI), 通过优选 Copula 函数和径流量分布函数, 构建贝叶斯框架的 Copula 季节水文干旱预报模型, 并对阿克苏河西大桥水文站进行实证分析。结果表明: ① Gamma、Log-normal、Normal、Gumbel、Exponential 5 种分布函数中, Gamma、Gumbel 能较好拟合夏、秋季径流量; ② Gumbel-Hougaard、Clayton、Frank 3 种 Copula 函数中, Clayton 能较好联结夏、秋季径流量分布函数; ③ 构建模型预报表明, 2001~2009 年秋季发生干旱概率较低(24%~38%), 以轻微、中度干旱为主, 而 2010 年发生干旱的概率极高(95%), 发生异常干旱的概率偏高(81%), 与实际发生的干旱情况基本一致; ④ 贝叶斯框架下构建的 Copula 模型能准确预报季节水文干旱发生, 减少预报的不确定性, 为特定区域干旱预报提供了一条新的途径。

关键词: 水文干旱; 预报; 贝叶斯框架; Copula 函数; 阿克苏河

中图分类号: K903 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0690(2016)09-1437-08

中国是干旱多发国家, 抗旱减灾任务艰巨、繁重。干旱预报是抗旱减灾的重要前提, 可为干旱防御、早期水资源调配和水资源管理提供决策依据。精确干旱预报十分复杂且困难^[1], 但随着观测和预报理论、技术的进步, 短期干旱预报成为可能^[2]。依据气象水文变量发生的频率、相关性等规律, 可采用多变量概率分布模型进行预报^[3]。目前, 灰色系统理论^[4]、马尔可夫链^[5]、神经网络^[6]、对数线性模型^[7]、正交函数(EOF)^[8]、回归分析^[9]、小波分析^[10]、自回归移动平均(ARIMA)^[11]、门限自回归模型^[12]、支持向量机(SVM)^[13]、可公度理论^[14]等方法以其自身优势和特点, 应用于干旱预报, 并不断丰富干旱预报工具箱。

贝叶斯网络和 Copula 函数是近年气象水文研究的热点。贝叶斯网络, 是一种对概率关系的有向图解描述, 提供了一种将知识直观的图解可视

化方法, 适用于不确定性和概率性事物。贝叶斯推理假设待考查的变量遵循某概率分布, 根据这些概率及已观察到的数据进行推理, 以做出最优决策^[15], 为数据联合分析与预报提供了解决途径^[16], 广泛应用于气象水文领域^[17, 18]。Copula 函数能将变量联合累积分布函数同变量边缘累积分布函数连接起来, 可有效刻画各种变量之间的相关性, 描述变量间非线性、非对称的相关关系^[19], 已在水文领域中受到广泛应用^[20, 21]。目前, 有效结合贝叶斯理论以及 Copula 函数特点去构建干旱预报模型且实证分析研究文献尚不多见。本文尝试将 Copula 函数嵌入贝叶斯网络构建季节干旱预报模型, 并以阿克苏河西大桥水文站为例进行实证分析。为便于推理表述, 文中的季节指连续 3 个月, 采用中国气象部门的四季划分, 即春季、夏季、秋季、冬季分别指 3~5 月、6~8 月、9~11 月、12 月至次年 2 月。

收稿日期: 2016-01-04; **修订日期:** 2016-03-28

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2013BAC10B01, 2012BAC19B0305), 北京市教委科研计划项目(KZ201410028030)资助。[Foundation: Key Technology Research and Development Program(2013BAC10B01, 2012BAC19B0305), Scientific Research Project of Beijing Educational Committee(KZ201410028030).]

作者简介: 张玉虎(1975-), 男, 江苏徐州人, 博士, 副教授, 主要从事水系统分析与风险评价研究。E-mail: zhang_yuhu@163.com

通讯作者: 向柳。E-mail: xiangliu135@yeah.net

1 贝叶斯框架的 Copula 干旱预报模型构建

水文干旱受河川径流直接影响,因此构建基于河川径流的干旱预报模型对估计未来干旱最可能发生的状态至关重要。一个地区特定时间的干旱状态会受前期状态影响,已知前期干旱情况下,可预报干旱状况。

1.1 干旱预报模型构建

贝叶斯网络通过有向无环图(DAG)来描述一组随机变量条件概率的性质。一个有向无环图是一个有向图无法从某个顶点出发经过若干条边回到该点的图形,可描述有向排列但不循环的事件序列。可用一个有向无环图表达径流等随着时间的推移随机变量 x ,其概率表达式可用一个贝叶斯网络表示。

假设 $X = \{x_{t_1}, \dots, x_{t_n}\}$ 是一个时间变化的随机变量(如径流量),则 $\{x_{t_1}, \dots, x_{t_n}\}$ 的联合概率密度函数可用贝叶斯网络定义为单个条件概率密度函数的乘积^[22]:

$$\begin{aligned} f(X) &= f(x_{t_1}, \dots, x_{t_n}) = \prod_{\forall t_i \in \{t_1, \dots, t_n\}} f(x_{t_i} | x_{t_1}, \dots, x_{t_{i-1}}) \\ &= f(x_{t_n} | x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}}) \cdot \prod_{\forall t_i \in \{t_1, \dots, t_{n-1}\}} f(x_{t_i} | x_{t_1}, \dots, x_{t_{i-1}}) \\ &= f(x_{t_n} | x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}}) \cdot f(x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}}) \end{aligned} \quad (1)$$

由(1)式可推导出右边的条件密度函数为:

$$f(x_{t_n} | x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}}) = \frac{f(x_{t_n}, x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}})}{f(x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}})} \quad (2)$$

但从(2)式右边的联合密度函数直接计算条件密度函数需进行大量的计算。借助能灵活地构造边缘分布为任意分布 Copula 函数,将(2)式右边的联合密度函数能分解为一个简单形式,可大大简化计算。

Copula 函数是定义域为 $[0,1]$ 均匀分布的多维联合分布函数,可将多个随机变量的边际分布连接起来构造联合分布。因此,借助二元 Copula 函数(2)式可以表示为:

$$f(x_{t_n} | x_{t_1}, \dots, x_{t_{n-1}}) = \frac{c(u_{t_1}, \dots, u_{t_n}) \prod_{i=t_1}^{t_n} f_{x_i}(x_i)}{c(u_{t_1}, \dots, u_{t_{n-1}}) \prod_{i=t_1}^{t_{n-1}} f_{x_i}(x_i)} \quad (3)$$

假设与目标时期径流相关的滞后时间为

$n-1$, 则用(3)式能计算出在给定过去所有观测时间径流条件下 t_n 时刻径流的条件密度。当 $n=2$ 时,任何时间的径流量只依赖之前的径流量这一个条件,此时(3)式的条件密度为:

$$\begin{aligned} f(x_2 | x_1) &= \frac{c(u_{t_2}, u_{t_2}) f_{x_{t_2}}(x_{t_2}) f_{x_{t_1}}(x_{t_1})}{f_{x_{t_1}}(x_{t_1})} \\ &= c(u_{t_2}, u_{t_2}) f_{x_{t_2}}(x_{t_2}) \end{aligned} \quad (4)$$

式中, x_{t_1} 和 x_{t_2} 分别表示前期和预报期的径流量, u 表示从对应的边缘分布得到的相应概率。用(4)式可计算出已知上个季节干旱情况条件下目标季节发生干旱的概率。

1.2 标准化径流指数

标准化径流指数(SRI)是借鉴标准化降水指数原理构建的一种水文干旱指数,能很好地反映季节变化引起水的滞后而导致干旱时间发生变化情况,综合反映水文和气象过程,是评估水文干旱的一个有力工具^[23-28]。公式如下:

$$SRI_{m,k}^y = \Phi^{-1}(u_{m,k}^y); u_{m,k}^y = F_{X_{m,k}}(X_{m,k}^y); X_{m,k}^y = \sum_{i=m}^{m+k-1} y_i^y \quad (5)$$

式中, y_i^y 是 y 年 i 月的月径流量, $X_{m,k}^y$ 是 y 年 m 月到 $m+k-1$ 月的总径流量, $u_{m,k}^y$ 是 $X_{m,k}^y$ 的边缘累积分布函数, $u_{m,k}^y$ 将总径流量转换为标准正态变量, SRI 是 $u_{m,k}^y$ 的反函数。

采用3个月尺度($k=3$)SRI评估干旱状况。SRI值越小时,干旱越严重,发生的概率越小;反之,亦然。为便于表述干旱程度,基于SRI将干旱划分为轻微、中度、严重、极端和异常5个等级^[36](表1)。SRI=-0.5是区分是否干旱的临界值;SRI大于-0.5为不干旱,采用N/W表示。

表1 基于SRI的干旱等级划分

Table 1 Categories of SRI to drought

| 干旱等级 | 干旱程度 | SRI值 |
|------|------|--------------|
| D0 | 轻微 | (-0.8, -0.5] |
| D1 | 中度 | (-1.3, -0.8] |
| D2 | 严重 | (-1.6, -1.3] |
| D3 | 极端 | (-2.0, -1.6] |
| D4 | 异常 | (-∞, -2.0] |

利用SRI可建立起河川径流量和干旱之间的关系,即已知径流量及其季节相关性的情况下可计算流域是否干旱及干旱程度,同时,已知干旱程

度情况下也可反推径流量大小。

2 实证分析

利用塔里木河支流阿克苏河西大桥水文站(80°12'39"E, 41°6'36"N)径流资料,以1958~2000年为基准期优选季节径流量边缘分布、Copula函数,构建贝叶斯框架的Copula季节干旱预报模型,以2001~2010年为预报期进行干旱预报和验证。

2.1 干旱-径流量关系分析

2.1.1 SRI的边缘分布选择

为利用SRI建立干旱和径流量的关系和表征干旱状态,首先对季节累积径流的边缘概率分布进行拟合,利用极大似然估计(MLE)方法估计各分布参数,优选各季径流量概率分布函数。采用Gamma、Lognormal、Normal、Gumbel和Exponential等5种分布对1958~2000年累积季径流的边缘概率分布进行拟合,并运用K-S检验和AIC信息准则(Akaike information criterion)对各分布拟合的优良性进行评价。K-S检验能够判断给定样本是否来自特定分布的总体,AIC能够从一组分布中找出拟合最优的一个。如果一个分布通过K-S检验,再用AIC值对该分布拟合的优良性进行评价,即通过K-S检验的分布中AIC值最小的分布即为拟合最优分布。表2为每3个月径流不同分布拟合的AIC值和 p 值,其中加粗部分对应的分布对季节径流拟合最好,Gamma、Gumbel分布对3个月径流量拟合较好,Gamma分布对夏季径流量拟合效果较好,Gumbel分布能较好拟合秋季径流量。

2.1.2 基于径流的干旱分析

根据拟合后的边际分布,可利用式(5)反向求出不同程度干旱下各季节径流量(图1)。同一季节,径流量随着干旱强度的增强而减少。不同季节,同一等级干旱对应的径流量不一样,径流量大的季节(6~8月、7~9月)干旱对应的径流量较大,而径流量小的季节(2~4月、3~5月)干旱对应的径流量较小。径流量较大的季节,不同等级干旱对应的径流量差异明显;而径流量较少的季节,不同等级干旱对应的径流量差距不显著。一个特定的径流量(如 $10 \times 10^8 \text{ m}^3$)在春季或冬季可能属于不干旱的,但同样的径流量在夏季(6~8月)却属于异常干旱(D4)。

图2为1958~2000年秋季SRI。1958~2000年秋季干旱没有明显的变化,但有微弱减轻趋势。20世纪60年代中后期、70年代和80年代中期秋季干旱发生频率较高,以轻旱(D0)、中旱(D1)为主;秋季发生干旱的11 a中,1968年、1974年和1985年干旱较严重,都发生极端干旱(D3)。

2.2 Copula函数选择分析

Copula函数的一个重要优点是可以不考虑边缘分布的具体形式而单独地描述变量之间的相关性,但相关类型取决于Copula函数的选择,不同的Copula函数可以产生不同的相关结构。如何选择恰当的Copula函数,以准确描述数据的真实分布,成了直接影响到数据分析结果的重要问题。因此,选择适合研究区的Copula函数是构建贝叶斯框架干旱预报模型的重要前提。采用非对称Ar-

表2 每3个月径流不同分布拟合的AIC值和 p 值(括号内为 p 值)

Table 2 The AIC and p value of the K-S test found for different distributions fitted to three-month seasonal flow volumes

| 月份 | Gamma | Lognormal | Normal | Gumbel | Exponential |
|-------|--------------------|------------------------------|-------------|--------------------|---------------------------------|
| 1~3 | 522.0(0.84) | 523.3(8×10^{-07}) | 524.4(0.75) | 524.2(0.60) | 53 848(3×10^{-09}) |
| 2~4 | 500.3(1) | 501.5(2×10^{-06}) | 502.0(0.97) | 502.4 (0.93) | 45 231(7×10^{-10}) |
| 3~5 | 551.3(0.81) | 554.6(2×10^{-06}) | 555.7(0.54) | 550.1(0.85) | 50 178(1×10^{-07}) |
| 4~6 | 598.5(0.95) | 602.2(0.0002) | 601.5(0.88) | 599.0(0.80) | 90 950.4(1×10^{-07}) |
| 5~7 | 647.9(0.81) | 648.7(1×10^{-07}) | 652.3(0.53) | 644.2(0.90) | 199 507(9×10^{-10}) |
| 6~8 | 676.4(0.89) | 678.2(3×10^{-07}) | 678.2(0.79) | 676.7(0.70) | 308 277(7×10^{-10}) |
| 7~9 | 677.4(0.62) | 678.8(4×10^{-08}) | 680.2(0.36) | 676.8(0.94) | 308 167(9×10^{-09}) |
| 8~10 | 646.8(0.71) | 647.4(4×10^{-07}) | 651.1(0.50) | 644.0(0.95) | 215 479(1×10^{-09}) |
| 9~11 | 582.4 (0.92) | 581.1(8×10^{-07}) | 589.4(0.77) | 576.9(0.99) | 104 306(1×10^{-10}) |
| 10~12 | 511.0(0.41) | 510.3(1×10^{-07}) | 514.2(0.30) | 505.3(0.90) | 72 409(1×10^{-11}) |
| 11~1 | 509.4(0.74) | 509.8(3×10^{-06}) | 510.7(0.65) | 510.7(0.50) | 65 531(5×10^{-11}) |
| 12~2 | 529.5(0.93) | 531.1(2×10^{-06}) | 530.6(0.93) | 533.2(0.50) | 62 610(3×10^{-09}) |

注:黑体字对应分布对季节径流拟合最好。

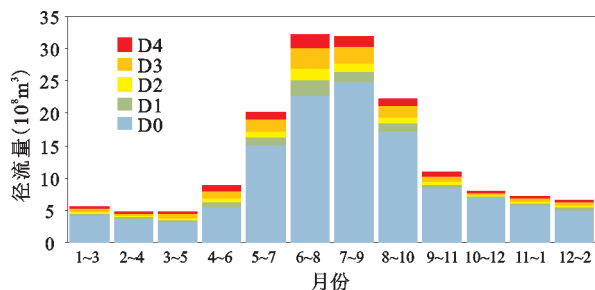


图1 不同干旱等级下的连续3个月径流量分布

Fig.1 Three-month seasonal flow volumes distribution under different drought categories

chimedean Copula 中最常用的 Gumbel-Hougaard、Clayton 和 Frank 拟合季节径流量的联合分布,连接夏、秋季径流量 2 个边缘分布。利用 K-S 检验、Q-Q 图检验和评价不同 Copula 函数的适用性。通过 K-S 检验 Clayton、Gumbel-Hougaard 和 Frank Copula 函数的拟合度,返回 P 值分别为 0.93、0.19 和 4.441×10^{-16} ,表明 Clayton 和 Gumbel-Hougaard 可较好拟合季径流量序列。3 种 Copula 函数的 Q-Q 图显示 Clayton、Gumbel-Hougaard 拟合皆优于 Frank Copula。3 个函数的理论频率和经验频率对比也表明,Clayton 拟合效果较好。因此,选择 Clayton Copula 函数作为夏、秋季径流量联合分布的联结函数。

2.3 干旱模型预报和验证分析

2.3.1 干旱条件概率密度

预报目标季节径流量与之前季节径流量之间的相关系数是目标季节干旱预报的前提条件。选择秋季(9~11月)作为要预报目标季节。秋季径流量与之前3个月尺度径流量自相关系数(图3)显示,秋季径流量与夏季径流量的相关性要高于其

他季节,秋季流量与春季流量以及冬季流量的相关性都不显著。因此,可假定秋季的干旱状况只依赖于夏季径流量。

已知夏季径流量的条件下可用(4)式求得秋季径流量分布(图4)。当夏季干旱减轻即径流量增加时,秋季的干旱强度将降低;如当夏季发生异常干旱(D4)时,秋季发生干旱的强度比夏季发生轻微干旱(D0)强。当夏季发生较高强度干旱时,秋季模式非常狭窄,如夏 D0 的概率密度曲线比夏季 D4 的概率密度曲线宽。

已知夏季径流量时,通过下式可求得秋季发生干旱的条件概率:

$$P(x_{t_2} > x_{D_i}) | x_{t_1} = 1 - P(x_{t_2} \leq x_{D_i}) | x_{t_1} \quad (6)$$

式中, x_{D_i} 是秋季发生干旱等级为 D_i 时的径流量, x_{t_1} 、 x_{t_2} 分别表示夏、秋季的径流量。

在已知夏季径流量 x_{t_1} 时,由式(6)能得到秋季径流量超过特定干旱状态时的概率,即给定夏季径流量的条件下秋季径流量大于干旱状态对应径流量的条件概率(图5)。如夏季径流量为 $24 \times 10^8 \text{ m}^3$ (D3)时,秋季不发生干旱的概率为 0.62,发生干旱的概率为 0.48,其中发生 D0、D1、D2、D3、D4 的概率分别为 0.11、0.15、0.08、0.07、0.07。D0 的条件概率密度曲线可视为秋季不发生干旱的概率。

2.3.2 干旱预报和验证分析

对 2001~2010 年秋季干旱预报的结果分析发现,2001~2009 年秋季发生干旱的概率较低(24%~38%),以轻微(D0)、中度(D1)干旱为主;2010 年发生干旱的概率极高(95%),发生异常干旱(D4)的概率偏高(81%)(图6)。

采用 2001~2010 年实际径流数据验证基于 1958~2000 年径流数据建立的预报模型。2001~

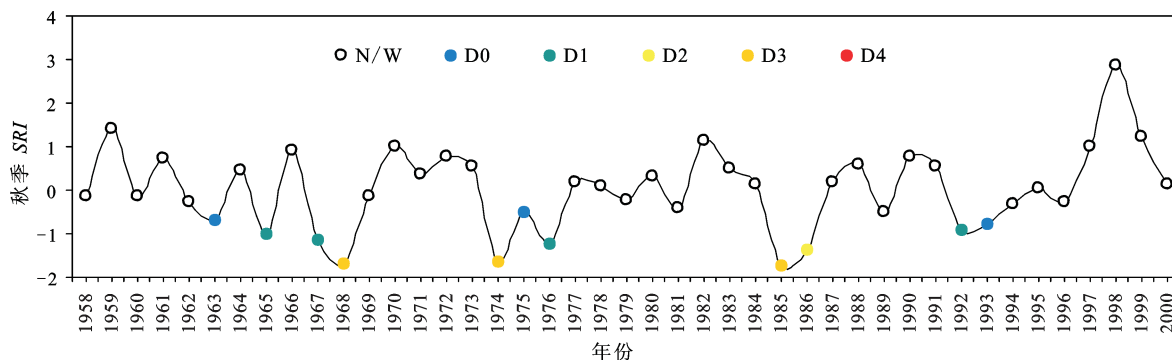


图2 1958~2000年秋季标准径流指数

Fig.2 Standard runoff coefficient in autumn of 1958-2000

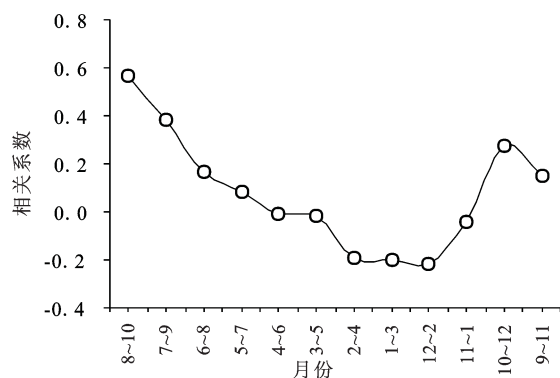


图3 秋季径流量与之前连续3个月径流量的自相关系数

Fig.3 The autocorrelation coefficient of the transformed autumn flow to the prior 3-month flow

2010年秋季的实际干旱情况表明,2008年秋季发

生了轻微干旱,2010年秋季发生了异常干旱(图6),与预报基本一致。

3 结论

以季节径流为特征变量,利用标准径流指数(SRI),构建贝叶斯框架的Copula季节干旱预报模型,并对阿克苏河西大桥水文站2001~2010年秋季干旱进行预报和验证。结果表明:

1) 评价的Gamma、Lognormal、Normal、Gumbel和Exponential 5种分布函数中,不同分布对研究区的拟合效果具有较大差异,Gamma、Gumbel分布能较好拟合季节径流量,Gamma分布对夏季径流量拟合效果较好,Gumbel分布能较好拟合秋季径流量。

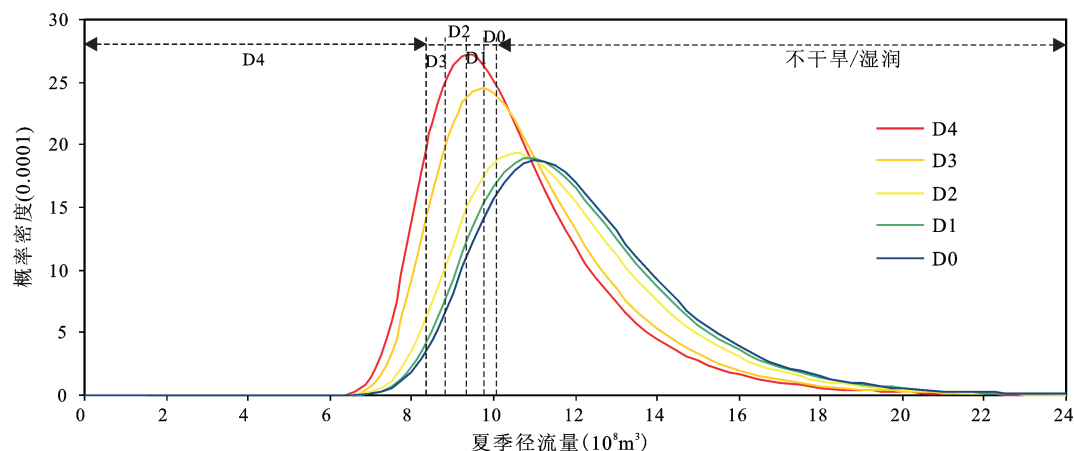


图4 特定夏季干旱状况下秋季径流量分布

Fig.4 Distribution of seasonal flow in autumn under the given drought status in summer

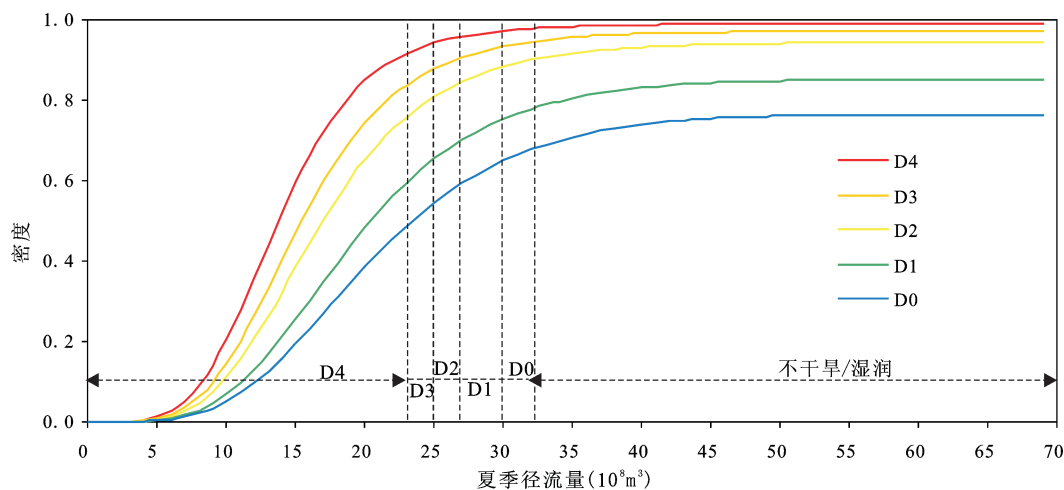


图5 已知夏季径流的条件下秋季径流超过干旱状态的条件概率密度函数的累积分布

Fig.5 The conditional probability of autumn flow exceeding particular threshold associated with the drought status when given the summer flow

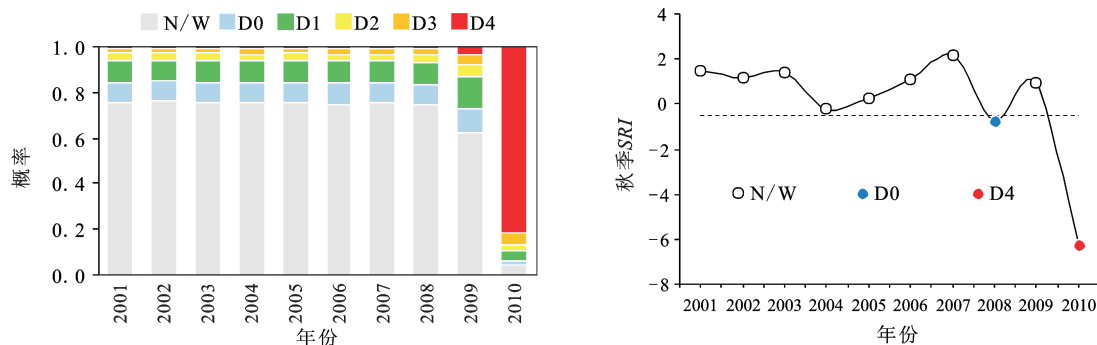


图6 2001~2010年秋季预测干旱概率和实际标准径流指数

Fig.6 The probability of autumn drought occurrence when given the summer flow and time series of autumn SRI in 2001-2010

2) Copula的选择是一个干旱预报模型建模的重要问题, Gumbel-Hougaard、Clayton 和 Frank Copula 函数中, Clayton、Gumbel-Hougaard 较好拟合季径流量序列, Clayton 适用于联结夏、秋季径流量联合分布。

3) 预报结果表明, 2001~2009 年秋季发生干旱的概率较低(24%~38%), 以轻微(D0)、中度(D1)干旱为主; 2010 年发生干旱的概率极高(95%), 其中发生异常干旱(D4)的概率偏高(81%), 与实际干旱状况基本一致, 预报准确性较高, 表明构建的干旱预报模型能够有效预报特定区域干旱是否发生、干旱程度及其概率分布。

4) 贝叶斯框的 Copula 季节干旱预报模型能定量表达干旱预报的不确定度, 为特定区域干旱概率预报研究提供一条新途径。但模型是在假定季节间径流量有较高相关性的基础上推导得到, 只选择与预报目标季节相关性较高的一个季度作为条件, 对于前几个季度都与预报目标季节有很高相关性的情形还需要借助高维 Copula 函数, 有待于下一步研究。每年夏、秋季径流量的关联性是动态变化的, 而构建的模型是多年状态分布, 一定程度上削减了预报的精度。

参考文献(References):

- [1] Mishra A K, Desai V R. Drought forecasting using feed-forward recursive neural network[J]. Ecological Modelling, 2006, 198(1/2): 127-138.
- [2] Kane R P, Trivedi. Are droughts predictable?[J]. Climatic Change, 1986, 8(3): 209-223.
- [3] 王劲松, 李耀辉, 王润元, 等. 我国气象干旱研究进展评述[J]. 干旱气象, 2012, 30(4): 497-508. [Wang Jinsong, Li Yaohui, Wang Runyuan et al. Preliminary analysis on the demand and

review of progress in the field of meteorological drought research. Journal of Arid Meteorology, 2012, 30(4): 497-508.]

- [4] 孙凤华, 袁健. 辽宁省近 50 年降水序列变化规律及干旱预测[J]. 气象, 2004, 30(6): 32-35. [Sun Fenghua, Yuan Jian. Study on drought forecast in Liaoning Province. Meteorological Monthly, 2004, 30(6): 32-35.]
- [5] Paulo A A, Pereira L S. Prediction of SPI drought class transitions using markov chains[J]. Water Resources Management, 2007, 21(10): 1813-1827.
- [6] Masinde M. Artificial neural networks models for predicting effective drought index: Factoring effects of rainfall variability [J]. Mitigation and Adaptation Strategies for Global Change, 2014, 19(8): 1139-1162.
- [7] 冯平, 胡荣, 李建柱. 基于三维对数线性模型的气象干旱等级预测研究[J]. 水利学报, 2014, 45(5): 505-512. [Feng Ping, Hu Rong, Li Jianzhu. Meteorological drought grade prediction using three-dimensional log-linear models. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(5): 505-512.]
- [8] 张存杰, 董安祥, 郭慧. 西北地区干旱预测的 EOF 模型[J]. 应用气象学报, 1999, 10(4): 503-508. [Zhang Cunjie, Dong Anxiang, Guo Hui. EOF model for drought prediction in northwest China. Quarterly Journal of Applied Meteorology, 1999, 10(4): 503-508.]
- [9] 董亮, 陆桂华, 吴志勇, 等. 基于大气环流因子的西南地区干旱预测模型及应用[J]. 水电能源科学, 2014, 32(8): 5-8. [Dong Liang, Lu Guihua, Wu Zhiyong et al. Study of drought forecasting models in southwest China based on circulation parameters. Water Resources and Power, 2014, 32(8): 5-8.]
- [10] Mehr A D, Kahya E, Ozger M. A gene-wavelet model for long Lead time drought forecasting[J]. Journal of Hydrology, 2014, 517: 691-699.
- [11] 韩萍, 王鹏新, 王彦集, 等. 多尺度标准化降水指数的 ARIMA 模型干旱预测研究[J]. 干旱地区农业研究, 2008, 26(2): 212-218. [Han Ping, Wang Pengxin, Wang Yanji et al. Drought forecasting based on the standardized precipitation index at different temporal scales using ARIMA models. Agricultural Research in the Arid Areas, 2008, 26(2): 212-218.]

- [12] 吕继强, 莫淑红, 沈冰. 近半世纪宝鸡市干旱特征及模型预测研究[J]. 北京师范大学学报: 自然科学版, 2010, 46(3): 333-336. [Lv Jiqiang, Mo Shuhong, Shen Bing. Drought analysis during the past 53 years and its prediction for Baoji city. Journal of Beijing Normal University(Natural Science), 2010, 46(3): 333-336.]
- [13] 樊高峰, 张勇, 柳苗, 等. 基于支持向量机的干旱预测研究[J]. 中国农业气象, 2011, 32(3): 475-478. [Fan Gaofeng, Zhang Yong, Liu Miao et al. Study of drought prediction based on Support Vector Machine. Chinese Journal of Agrometeorology, 2011, 32(3): 475-478.]
- [14] 彭高辉, 马建琴, 贺渊博. 基于可公度理论的关联规则算法在干旱中的预测研究[J]. 南水北调与水利科技, 2013, 11(2): 151-153. [Peng Gaohui, Ma Jianqin, He Yuanbo. Application of association rule algorithm based on commensurability theory in drought prediction. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2013, 11(2): 151-153.]
- [15] 王辉. 用于预测的贝叶斯网络[J]. 东北师大学报(自然科学版), 2002, 34(1): 9-14. [Wang Hui. The bayesian network of being used forecasting. Journal of Northeast Normal University (Natural Science Edition), 2002, 34(1): 9-14.]
- [16] 王理冬, 汪光阳, 程泽凯, 等. 贝叶斯网络的发展与展望[J]. 安徽工业大学学报: 自然科学版, 2006, 23(2): 195-198. [Wang Lidong, Wang Guangyang, Cheng Zekai et al. Bayesian network development and its prospect. Journal of Anhui University of Technology(Natural Science), 2006, 23(2): 195-198.]
- [17] Krzysztofowicz R. Bayesian theory of probabilistic forecasting via deterministic hydrologic model[J]. Water Resources Research, 1999, 35(9): 27-39.
- [18] Biondi D, De Luca D L. Performance assessment of a Bayesian Forecasting System (BFS) for real-time flood forecasting[J]. Journal of Hydrology, 2013, 479: 51-63.
- [19] 谢华, 黄介生. 两变量水文频率分布模型研究述评[J]. 水科学进展, 2008, 19(3): 443-452. [Xie Hua, Huang Jiesheng. A review of bivariate hydrological frequency distribution. Advances in Water Science, 2008, 19(3): 443-452.]
- [20] 张玉虎, 刘凯利, 陈秋华, 等. 区域气象干旱特征多变量Copula分析——以阿克苏河流域为例[J]. 地理科学, 2014, 34(12): 1480-1487. [Zhang Yuhu, Liu Kaili, Chen Qiuhua et al. Bivariate probability distribution of meteorological drought characteristics in the Aksu basin using copula. Scientia Geographica Sinica, 2014, 34(12): 1480-1487.]
- [21] 张强, 李剑锋, 陈晓宏, 等. 基于Copula函数的新疆极端降水概率时空变化特征[J]. 地理学报, 2011, 66(1): 3-12. [Zhang Qiang, Li Jianfeng, Chen Xiaohong et al. Spatial variability of probability distribution of extreme precipitation in Xinjiang. Acta Geographica Sinica, 2011, 66(1): 3-12.]
- [22] Madadgar S, Moradkhani H. Spatio-temporal drought forecasting within Bayesian networks[J]. Journal of Hydrology, 2014, 512: 134-146.
- [23] Shukla S, Wood A W. Use of a standardized runoff index for characterizing hydrologic drought[J]. Geophysical Research Letters, 2008, 35(2): 1-7.
- [24] 邵进, 李毅, 宋松柏. 标准化径流指数计算的新方法及其应用[J]. 自然灾害学报, 2014, 23(6): 79-87. [Shao Jin, Li Yi, Song Songbai. New computing method for standardized runoff index and its application. Journal of Natural Disasters, 2014, 23(6): 79-87.]
- [25] Keskin F, Sorman A U. Assessment of the dry and wet period severity with hydrometeorological index[J]. International Journal of Water Resources and Environmental Engineering, 2010, 2(2): 29-39.
- [26] 吴杰峰, 陈兴伟, 高路, 等. 基于标准化径流指数的区域水文干旱指数构建与识别[J]. 山地学报, 2016, 03: 282-289. [Wu Jiefeng, Chen Xingwei, Gao Lu et al. Construction and recognition of regional hydrological drought index based on standardized runoff index. Journal of Mountain Research, 2016, 34(3): 282-289.]
- [27] 黎小燕, 吴志勇, 陆桂华. 三种干旱指数在西南地区的应用及相关性分析[J]. 水电能源科学, 2014, 05: 1-5. [Li Xiaoyan, Wu Zhiyong, Lu Guihua. Application and correlation analysis of three drought indices in southwest China. Water Research and Power, 2014, 32(5): 1-5.]
- [28] 任立良, 沈鸿仁, 袁飞, 等. 变化环境下渭河流域水文干旱演变特征剖析[J]. 水科学进展, 2016, 4: 1-9. [Ren Liliang, Shen Hongren, Yuan Fei et al. Hydrological drought characteristics in the Weihe Catchment in a changing environment. Advances in Water Science, 2016, 4: 1-9.]

Bayesian Probabilistic Forecasting of Seasonal Hydrological Drought Based on Copula Function

Zhang Yuhu^{1,2}, Xiang Liu^{1,2}, Sun Qing³, Chen Qiuhua³

(1. College of Resources Environment and Tourism, Capital Normal University, Beijing 100048, China;

2. Beijing Laboratory of Water Resource Security, Beijing 100048, China; 3. School of Mathematical Sciences, Capital Normal University, Beijing 100048, China)

Abstract: Forecasting of hydrological drought plays an important role in the decision-making process of water resources management. Bayesian networks provide an elegant tool to reflect the autocorrelation in the runoff record and develop the conditional probabilities, furnishing a framework for various types of probabilistic drought forecasting. This study presents a Bayesian probabilistic forecasting model based on best-fitted first-order copula functions. Standardized runoff index (SRI) is used to characterize the historical hydrological droughts and forecast probabilistic drought by season runoff correlations of a target season with the previous seasons in future. We used the Xidaqiao hydrological station in the Aksu River, sub-basin of the Trim River Basin of Xinjiang as a case, and apply the Bayesian probabilistic forecasting model to forecast the probability of autumn drought during the period 2000-2010 based on data from the previous summer, and testing the accuracy of the model. The results show that the probability of an autumn drought in the Aksu River Basin during 2001-2009 was low (24%-38%), with mainly abnormal and moderate droughts, whereas drought was very likely to occur in 2010 (95%), with the probability of occurrence of an exceptional drought being as high as 81%. The model is reliable and can forecast hydrological drought in the next season when current hydrological conditions are known. And the model can quantitatively express the uncertainty of hydrological drought and then improve its prediction accuracy. It does not require the linear assumption of normality and has a wide range of applications. The model provides an useful tool for uncertainty modeling through a probabilistic representation of model parameter uncertainty, developing conditional probabilities for given forecast variables, and returning the highest probable forecast along with an assessment of the uncertainty around that value. However, this study only selects the highest seasonal correlation as a condition, and further studies of hydrological drought forecasting are needed using high-dimensional copula functions. Furthermore, it's a very urgent task to use more hydrological sites to forecast regional hydrological drought.

Key words: drought; forecast; Bayesian; Copula function; the Aksu River