

# 中国国土面积究竟有多大？ ——标度对称与中国陆地面积的分形分析

陈彦光

(北京大学城市与环境学院地理科学研究中心, 北京 100871)

**摘要:** 海岸线的长度依赖于测量尺度, 因此没有确定的测量结果: 尺度越小, 测量的长度值越大。国境线的测量也具有类似的尺度依赖性。这种性质与分形性质有关。分形的本质是标度对称性, 而对称性意味着某种不可观测量。由于标度对称性的存在, 一些地理现象的基本测度(如长度、面积)无法准确计算。中国、美国等国家的国土面积大小都没有确切的数据: 在版图没有任何变动的情况下, 不同时期、不同机构的测量结果不一致, 有时甚至大相径庭。本文借助分形模型和标度对称思想探讨这一问题。假定一个国家包括漫长的海岸线, 则其国土可以分解两部分: 主体部分可以用 Koch 岛模型刻画, 岛屿部分则可以用 Pareto 分布描述。这两部分叠加的结果是, 国土总面积随着测量尺度的减少而逐步增加。因此, 中国政府可以正式公布国土面积的最新测量数据, 而不必继续担心由此引发的国际政治争端。

**关键词:** 标度对称; 分形线; 尺度依赖性; 陆地面积; Koch 岛; Pareto 分布; 政治地理中国

文章编号: 1000-0585(2012)01-0178-09

## 1 引言

中国陆地面积有多大? 这似乎不是一个问题, 因为任何一个中国地图册、统计年鉴或者中国地理教科书都可能给出相关的数字。然而, 这又是一个问题, 这些年关于中国的陆地面积大小及其与美国面积的比较, 外行人在争来争去, 众所纷纭, 莫衷一是。其实, 本文提出的与 Mandelbrot 的“英国的海岸线有多长”<sup>[1]</sup>以及陈彦光的“中国城市化水平有多高”<sup>[2]</sup>属于同一类的性质的问题, 但探讨角度不一样。这篇文章主要是借助分形理论的标度对称 (scaling symmetry) 思想讨论中国的陆地面积问题, 为此首先需要澄清国境线之类的测度问题。由于海岸线、国境线、河流、交通网络、城市边界等等具有不同程度的标度对称性质, 从数学模型的角度可以将它们视为分形线 (fractal line)。分形线的长度依赖于测量尺度: 改变码尺的大小, 长度测量结果不同。如果一个区域的边界是一条分形线, 则改变测量尺度, 区域面积的计算结果也会改变。进一步地, 如果考虑地球表面的高低起伏、错综复杂的格局, 则测量结果可能会引起更多的分歧意见。

随着科技水平的提高, 国土面积的测量方法也不断进步。最近 20 多年来, 中国的国土面积数据有多次更新。可是, 由于担心引起不必要的国际政治纠纷, 官方一直没有正式公布新的国土面积测量结果。下面试图论证如下问题: 对于幅员辽阔并且包含漫长海岸线

收稿日期: 2011-05-15; 修订日期: 2011-10-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40771061)

作者简介: 陈彦光 (1965-), 男, 汉族, 河南罗山人, 副教授, 从事城市、理论地理学以及空间复杂性研究。

E-mail: chenyg@pku.edu.cn

的中国版图，其陆地面积测量结果存在争议是正常的，没有争议反而不正常。争论的根源在于地理线、地球表面以及岛屿规模分布的标度对称性质。明确了这一问题，过去的一些政治地理学难题就会迎刃而解。

## 2 中国的陆地面积问题

### 2.1 问题的提出

如果说分形思想有助于政治地理问题的解答，一些读者可能感到难以置信。但事实的确如此。作者上大学的时候，一位地图学老师曾经兴奋而又神秘地告诉同学们一个消息：“最新测量结果，我国的陆地总面积 1 千多万平方公里。但是，对外不能公开这个数据，还是老数字——960 万  $\text{km}^2$ 。”为什么呢？那位老师解释道：“我国与一些邻国存在未定国界，如果我们突然宣布自己的国土面积增加，那么你们这些新增的土地来自何处？——是不是将存在争议的邻国国土私自划归己有？因此而容易引起国际政治纠纷。”现在，时间过去 20 多年了，我们的陆地面积数字依然围绕 960 万  $\text{km}^2$  变动，官方从来没有正式公布 1 千多万平方公里那个测量结果，尽管这个数字在民间有所流传。

通常所谓的国土面积指的是总面积，包括一个国家的陆地面积和淡水水面的面积（例如湖面、江河的水面面积），但不包括海洋面积（否则争端更大，乃至无法确认）。国土大小不是一个简单的数字，而是一个具有政治敏感性的问题。很长时间，中国与印度、苏联（俄罗斯）等国存在边界争议，宣布国土面积新数据容易引起国际政治上的误会。中国的国土总面积官方数据是 960 万  $\text{km}^2$ ，但吴传钧曾经指出那是解放前基于小比例尺地图计算的一个很笼统的结果<sup>[3]</sup>，这个数字的来源还有其他传说（参阅《中国国家地理》2001 年 9 期）。不论怎样，如果在“960 万  $\text{km}^2$ ”这个数字流传多年之后，突然宣布中国的国土面积达到 1000 多万  $\text{km}^2$ ，的确会让人们感到有些意外。实际上，解放前就有人测得中国的国土面积约为 1161 万  $\text{km}^2$ <sup>[4]</sup>，解放后的一个数据则是 1045 万平方公里  $\text{km}^2$ <sup>[5]</sup>。根据行政区划网提供的数据（<http://www.xzqh.org/>），中国各省、市、自治区的累积面积之和是 9667772  $\text{km}^2$ 。

不仅中国的国土面积，美国、加拿大、俄罗斯等国的国土面积数字都存在类似的分歧。以美国为例，有关资料公布的国土面积有 915.8 万  $\text{km}^2$ 、937 万  $\text{km}^2$ 、9629091  $\text{km}^2$ 、9631418  $\text{km}^2$  等多种数字。撇开美国、加拿大淡水湖面积划分的分歧、海外自治领是否计算在内以及测量误差等因素之外，是否还有其他影响因素呢？

### 2.2 问题的根源之一——地理分形性

其实，根据分形思想，在考察范围相同的情况下，上面的数字分歧可能是普普通通的地理测量问题，与国际政治原本风马牛不相及。可是，这个问题的讨论本身，却是一个有趣的政治地理问题。由于地理形态大多具有分形性质，其长度和面积都依赖于测量尺度<sup>[6,7]</sup>。遥感影像的分辨率不同，测量时采用的尺度不同，计算结果会有很大差异。因此，其他国家测量的中国国土面积与中国人自己测量的国土面积是不同的，否则反而是巧合。中国人在不同时期测量的结果也不尽相同，这涉及到测量的尺度和地理现象的粒度。有了分形思想，国土面积的测量问题就可以避免不必要的政治纠纷。

不仅如此。国土面积的测量可能还与海岸线、国境线等的测量有关。如前所述，海岸线、国境线等等具有分形的自相似性<sup>[1,8,9]</sup>。其实，江河岸线或者深泓线、城市边界线乃至山脊线等等，都具有某种程度的分形性质<sup>[10,11,12]</sup>。如果国境线与江河或者山脊等一致，

则自然地理线会进一步加强人文地理线的分形性质。分形的本质是一种标度对称性。

### 3 标度对称与不可观测性

#### 3.1 分形线的标度对称性

为了理解地理分形线的标度对称问题,不妨利用电子地图考察海岸线的长度。假定借助两脚规在精确度和分辨率极高的地图上测量一条海岸线的长度,两脚规之间的距离为 $r$ ,测量次数为 $N(r)$ 。考虑到海岸线曲曲折折,有无穷的细节,改变两脚规之间的间距,测量次数必定不同。间距越小,捕捉到的海岸线的细节越多,从而测量的次数也就越多。经验上,测量次数 $N(r)$ 与两脚规的间距 $r$ 之间满足负幂指数关系,即有

$$N(r) = \eta r^{-D} \quad (1)$$

式中 $\eta$ 为比例系数, $D$ 为标度指数,实际上是海岸线的分形维数,数值介于 $1 \sim 2$ 之间。于是海岸线的长度 $L(r)$ 可以表作

$$L(r) = rN(r) = \eta r^{1-D} \quad (2)$$

这就是海岸线长度测量的 Richardson 方法<sup>[13]</sup>。由于分维 $D$ 值大于 $1$ ,当尺度 $r$ 变得无穷小的时候,海岸线长度 $L(r)$ 在理论上趋于无穷大。

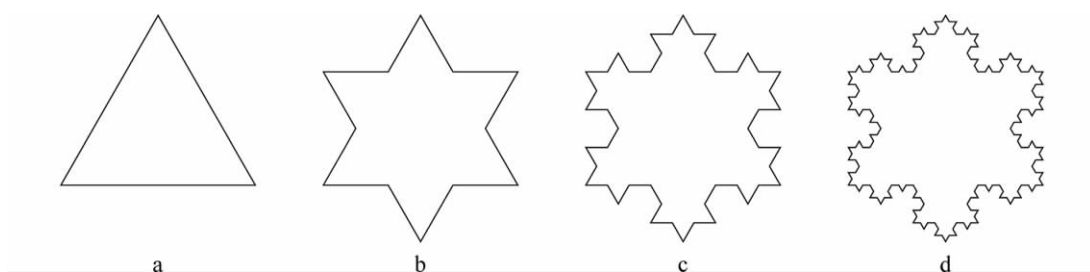


图1 Koch 岛曲线图 (前四步)

Fig. 1 The first four steps of the Koch island model

海岸线的数学模型之一是三角 Koch 曲线,三条完全相同的 Koch 曲线形成所谓的 Koch 岛(图1)。Koch 岛可以作为英国、澳大利亚这类的岛国的形状模型<sup>[6]</sup>。为了解析海岸线的长度,姑且从模型的角度考察 Koch 岛的边界长度。如上所述,一个 Koch 岛包括三条 Koch 曲线。对于每一条 Koch 曲线,第一步为初始元,由一个直线段构成,线段数目为 $N_1=1$ ,长度为 $L_1=1$ 单位(图1a);第二步变成 $N_2=4$ 个直线段,各线段长度为 $L_2=1/3$ (图1b);第三步变成 $N_3=16$ 个直线段,各线段长度为 $L_3=1/9$ (图1c)。于是,第 $m$ 步变成 $N_m=4^{m-1}$ 个直线段,各线段长度为 $L_m=1/3^{m-1}$  ( $m=1, 2, 3, \dots$ )。显然,各步线段长度和数目形成两个等比数列,线段长度的公比为 $a=L_{m+1}/L_m=1/3$ ,数目的公比为 $b=N_{m+1}/N_m=4$ 。这里 $L_m$ 相当于两脚规的间距 $r$ , $N_m$ 相当于测量次数 $N(r)$ 。相似维数 $D=\ln b/\ln a=\ln 4/\ln 3 \approx 1.262$ 。根据式(2)可知,Koch 岛的周长为

$$P_m = P(r) = 3r^{1-D} = 3\left(\frac{1}{3^{m-1}}\right)^{1-\ln 4/\ln 3} \quad (3)$$

这个式子不太直观,可以通过标度对称与平移对称的转换关系,采用指数律代替幂律<sup>[14]</sup>。根据几何数列的性质,可有

$$L_m = L_1 a^{m-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{m-1} \quad (4)$$

$$N_m = N_1 b^{m-1} = 4^{m-1} \quad (5)$$

于是，整个 Koch 岛的边界长度为

$$P_m = 3L_m N_m = 3L_1 N_1 (ab)^{m-1} = 3\left(\frac{4}{3}\right)^{m-1} \quad (6)$$

容易证明，式（3）与式（6）等价，而式（6）是一个正指数表达式。根据前述转换关系，步骤  $m$  的数值增大的过程，相当于分形线测量尺度  $L_m$  减小的过程。

理论上，Koch 岛的边界可以无穷细化，亦即  $m$  值可以趋于无穷大，从而其边界长度  $P_m$  可以无限延长。具体说来，由于  $ab=4/3>1$ ，曲线的长度随着  $m$  的增大而发散，即有周长  $P_m \rightarrow \infty$ 。这暗示，随着测量尺度的减小，Koch 岛的周长无限增加。当然，理论分析和经验研究是不同的，现实中的海岸线未必是无穷长，Mandelbrot 的海岸线分析<sup>[1]</sup> 主要适用于 Koch 岛这样的数学模型。但是，有一点是可以肯定的，海岸线之类的地理线的长度依赖于测量尺度：随着尺度的减小，长度会不断增加。

### 3.2 地理面积的不确定性分析

为了说明国土面积依赖于尺度，有必要考察 Koch 岛的面积。假定作为初始元（第一步）的三角形的面积为 1 单位，第 2 步增加 3 个面积为  $1/9$  的小三角形，第 3 步增加 12 个面积为  $1/81$  的更小的三角形。于是，对于第  $m$  步，曲线包围的面积为

$$S_m = 1 + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^m (a^2 b)^{i-1} = 1 + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^m \left(\frac{4}{9}\right)^{i-1} \quad (7)$$

这条理论上无穷长的曲线包围的面积随着  $m$  的增大而趋于收敛（图 2），即有

$$S_m = 1 + \frac{1}{3} \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \left(\frac{4}{9}\right)^{i-1} \rightarrow 1 + \frac{1}{3(1-4/9)} = \frac{8}{5} \quad (8)$$

一方面，无论 Koch 岛的面积如何扩展，始终保持在一个圆域范围内，实则在一个圆域的内接正六边形范围之内；另一方面，尽管对 Koch 岛的面积有严格的约束，但其边界却可以无限充填，从而边长没有穷尽。

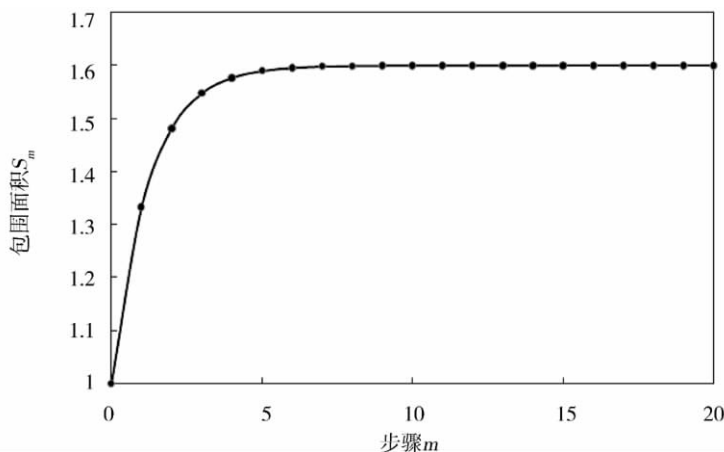


图 2 Koch 岛的包围面积随细化程度而上升的曲线图

Fig. 2 The area growth of the Koch island model as a result of yard measure change

有了上述知识的预备,就不难解释中国国土面积的不确定性了。由于中国具有漫长的海岸线,不妨从两个角度考察中国国土面积。一方面,中国大陆主体以及各个岛屿可以视为无数个大大小小的 Koch 岛。每一个 Koch 岛的面积因为测量尺度的减小而有所增加,但存在极限。这是一个内部复杂性 (internal complexity) 的问题<sup>[14,15]</sup>。另一方面,中国领海的岛屿规模服从 Pareto 分布。经验上,湖泊、月球上的环形山等等,其规模分布服从 Zipf 定律<sup>[16,17]</sup>。类推可知,岛屿之类也可能服从 Zipf 定律,即满足位序—规模分布。Zipf 定律暗示一种自相似等级体系,这是一个外部复杂性 (external complexity) 的问题<sup>[14,15]</sup>。考察中国最大的 80 个岛屿发现,如果不计算台湾、海南岛,其余的岛屿的确服从 Zipf 定律,即满足如下关系

$$A(k) = A_1 k^{-q} = 1237.244 k^{-1.073}$$

式中  $k$  为位序,  $A(k)$  为位序为  $k$  的岛屿面积。标度指数  $q=1.073$ , 比例系数  $A_1=1237.244$  接近于崇明岛的面积,拟合优度为  $R^2=0.975$  (图 3)。为什么不计算台湾和海南岛呢?因为这两个岛的面积太大,必须在更大的地理空间中予以考察,才能满足位序—规模分布法则。Zipf 定律在数学上与 Pareto 分布等价。假定大于面积  $A$  的岛屿数目为  $N(A)$ ,则 Pareto 分布的等价表达是

$$N(A) = cA^{-\alpha} \quad (9)$$

式中  $c$  为比例系数,  $\alpha=1/q$  为标度指数,即 Pareto 指数。Pareto 分布本质上是一种分形分布,该分布具有标度对称性。随着度量“尺度” $A$  的减少,计入总数的岛屿数目无限增多。这个度量过程相当于改变地图的分辨率:随着分辨率的提高,越来越多的岛屿被计算在内。实际上,中国领海内面积达到  $500\text{m}^2$  以上的岛屿有 6500 多个<sup>[4]</sup>。如果考虑更小的岛屿,将不可胜数。

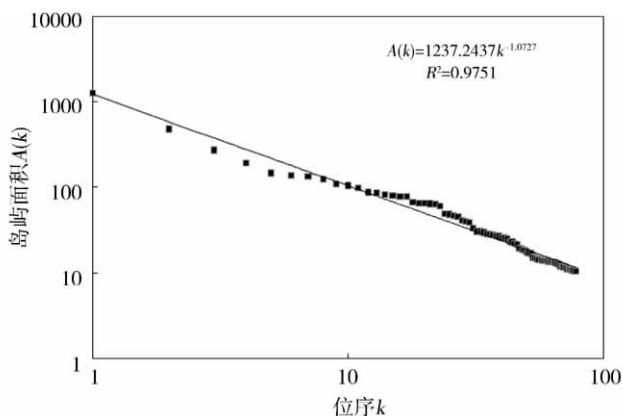


图 3 中国岛屿的位序—规模分布图式

Fig. 3 The rank-size pattern of China's islands and islets

(数据来源: <http://baike.baidu.com/view/1106813.htm>)

可见,中国的国土面积可以分部考虑:第一,大陆主体、台湾岛和海南岛视为三个超大型 Koch 岛,它们的面积随着测量尺度的减少而上升,但存在图 2 所示的极限。第二,自崇明岛以下的岛屿满足 Pareto 分布,其数量理论上可以无限增加。当利用电子地图之

类测算中国国土面积的时候，随着测量尺度的下降，不断有更小的岛屿被计算进来，从而国土面积不断上升。在实际测量中，国土面积的增加终究存在极限。但是，在人类目前所能处理的精度范围内，国土面积的测量结果依赖于尺度。所以，改变尺度，所得国土面积必然显著不同。

## 4 问题与讨论——标度对称性与国土面积的尺度依赖性

### 4.1 一个关键性的证明

岛屿面积服从位序—规模标度对称律并不一定意味着岛屿总面积在理论上随尺度减小而无穷增加，关键在于岛屿面积的随尺度衰减的速度。理论上可以证明，如果标度指数  $\alpha < 1$ ，则岛屿总面积为有限；如果  $\alpha \geq 1$ ，则岛屿的总面积理论上无限增长，从而国土总面积无限增大。Zipf 定律或者 Pareto 分布可以通过自相似等级体系重新标度为一个等级标度律<sup>[14]</sup>

$$N_m = CA_m^{-\alpha} \quad (10)$$

上式可以分解为一对指数函数

$$A_m = A_1 r_a^{1-m} \quad (11)$$

$$N_m = N_1 r_n^{m-1} \quad (12)$$

这里  $r_a = A_m/A_{m+1} > 1$  为岛屿面积公比， $r_n = N_{m+1}/N_m > 1$  为岛屿数目公比。式 (11)、式 (12) 与式 (4)、式 (5) 具有相同的数学本质。于是 Pareto 指数可以定义为<sup>[14]</sup>

$$\alpha = \frac{1}{q} = \frac{\ln r_n}{\ln r_a} \quad (13)$$

这样，第  $m$  级的岛屿面积总量为

$$A_m N_m = A_1 N_1 \left(\frac{r_n}{r_a}\right)^{m-1} \quad (14)$$

所有级别的岛屿面积总和为一个几何级数

$$S_m = \sum_m A_m N_m = A_1 N_1 \sum_m \left(\frac{r_n}{r_a}\right)^{m-1} \quad (15)$$

根据高等数学知识可知，当  $r_n < r_a$ ，从而  $\alpha < 1$  或者  $q > 1$  时，几何级数收敛， $S_m$  为有限值；当  $r_n \geq r_a$ ，从而  $\alpha \geq 1$  或者  $q \leq 1$  时，几何级数发散， $S_m$  为无限值。

从图 3 显示的经验估计结果看来， $\alpha \approx 1/q \approx 1$ ，岛屿总面积有随度量尺度减小而无限增长的趋势。当然，理论上如此，现实并非一定如此。Mandelbrot 的海岸线无穷长命题是纯粹理论性的，现实的海岸线未必是无穷长的。但是有一点可以肯定，英国海岸线长度也罢，中国国土总面积也好，都是尺度依赖的——改变测量尺度，所得结果会有显著不同。

以上是基于 2 维空间中的分形概念讨论国土面积问题。如果基于 3 维空间讨论分形面 (fractal surface)，则问题变得更加简单。假定采用边长为  $r$  的小方块测量地表分形曲面，测量次数  $N(r)$  与线性尺度  $r$  之间满足如下负幂律关系

$$N(r) = \mu r^{-D} \quad (16)$$

式中  $\mu$  为比例系数， $D$  为分维。分维数值在拓扑维数 2 和嵌入空间维数 3 之间。这样，曲面面积  $A(r)$  可以表示为

$$A(r) = r^2 N(r) = \mu r^{2-D} \quad (17)$$

由于分维  $D$  值大于 2, 当尺度  $r$  趋向于无穷小时, 曲面积  $A(r)$  趋向于无穷大。

#### 4.2 标度对称性与国土面积的尺度依赖性

无论是国境线的长度, 还是国土面积, 都涉及了一个概念, 那就是分形。分形几何现象不同于传统的欧式几何现象。欧氏几何体都有确切的长度、面积和体积, 而分形几何现象则没有确切的长度、面积或体积。换言之, 分形几何体具有某种不可观测量: 长度、面积或者体积不可测量。不可观测量暗示着对称性, 或者说, 有对称性, 一定存在不可观测量<sup>[18]</sup>。分形的本质就是标度对称。Mandelbrot 曾经指出: “分形几何学坚持一种切实可行的中间立场, 处于欧几里得过分的几何秩序和一般数学的几何混沌之间。分形几何学的基础是一种过去未曾充分利用的对称形态, 即收缩和扩张过程中的不变性。”<sup>[19]</sup> 收缩和扩张过程中的不变性就是标度对称性, 或叫扩展对称性 (dilation symmetry)<sup>[20]</sup>: 局部放大, 与整体相似; 整体缩小, 与局部没有分别。这是分形性最基本的性质。以海岸线为例, 假定地图的分辨率足够高, 则海岸线有无穷的曲折。将海岸线的局部放大, 与整体在形态上不可区分。正是因为海岸线具有无穷的层次, 只要改变测量尺度, 总可以捕捉到更小的细节, 从而使测量的长度无限增加。这就是尺度依赖性的特征, 也是不可观测量的根源所在。

对称性与分形性的联系不限于标度不变性, 可能还存在空间对称格局的关系<sup>[21]</sup>。人文地理学的对称性往往存在自然地理或者地质对称的深刻背景<sup>[22,23]</sup>。不论怎样, 由于标度对称性的发现, 分形几何学创生; 由于分形几何学的引入, 地理学的理论分析和实践认识都产生了巨大变化。分形理论在政治地理学研究中也能发挥一定的作用。Batty 曾经指出: “我们许多的自然地理学和人文地理学理论正在被运用分形思想重新解释, 明天, 它们在我们的教育和经验知识中将如同今天的地图和统计学一样常见。”<sup>[6]</sup> 分形思想最初影响地貌学、城市地理学等分形现象明显的领域。逐步地, 它会渗透到经济地理学、政治地理学等诸多领域。毕竟经济地理学与城市分布有关, 而政治地理学与地貌形态不可分割。

### 5 结束语

中国的国土面积究竟是 960 万  $\text{km}^2$ , 还是 1045 万  $\text{km}^2$ ? 这篇文章并非要回答这类问题。本文真正要陈述的观点乃是: 由于地理现象的标度对称性, 在离开地图比例尺、影像分辨率以及测量尺度的情况下, 泛泛讨论国土面积大小不可能得到有意义的结论。由于地理分形性质, 国土面积之类的地理测度具有尺度依赖性。测量尺度不同, 国土面积的计算结果会有显著性的差异。

国土测量可能存在疆域界线认定之类的政治因素和技术水平等非政治因素。不过, 即便版图范围确定, 技术水平一样, 不同机构对同一国土的观测结果也不可避免数字上的分歧。至于中国国土, 可以在模型上从两个角度进行考察。一是内部复杂性的视角, 将大陆主体和沿海诸岛视为分形中的 Koch 岛模型; 二是外部复杂性的视角, 将崇明岛规模以下的众多岛屿视为一种 Pareto 分布模型。Koch 岛是典型的数学分形, Pareto 分布则反映了研究对象的统计分形性质。由于 Koch 岛边界的曲折性以及 Pareto 分布的无标度性, 减小测量尺度, 可以捕捉到更多的岛屿、岬角等地理空间细节, 从而测量的国土面积因尺度缩小而逐步增大。

这就解释了如下现象: 世界上许多国家如中、美、加、俄等的国土总面积都没有确切的数字——不同机构公布的测量结果不同。这意味着, 不同国家如中、美之间的国土面积

不是严格可比的。特别是，由于中、美两国的版图相差不大，如果美国采用更为精确的地图和更小的测量尺度，其国土计算结果可能大于中国的国土面积；反过来，如果中国采用分辨率更高的影像和更小的尺度，国土测量数值可能大于美国的面积。所以，泛泛争论中、美两国国土面积谁大谁小属于毫无意义的“口水官司”。在没有统一测量尺度、地图比例尺和图像分辨率的情况下，不同时期、不同机构的国土测量结果不具有可比性。

#### 参考文献：

- [1] Mandelbrot B B. How long is the coast of Britain?: Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, 1967, 156: 636~638.
- [2] 陈彦光. 中国的城市化水平有多高? ——城市地理研究为什么要借助分形几何学? *城市规划*, 2003, 27(7): 12~17
- [3] 吴传钧. 保土求存. 见: 吴传钧. 重负的大地. 北京: 人民教育出版社, 1994. 54~56
- [4] 靳尔刚. 记写方域. 北京: 中国社会出版社, 2002
- [5] 刘宏焯. 中国疆域史. 武汉: 武汉出版社, 1995
- [6] Batty M. The fractal nature of geography. *Geographical Magazine*, 1992, 64(5): 33~36
- [7] Goodchild M F, Mark DM. The fractal nature of geographical phenomena. *Annals of Association of American Geographers*, 1987, 77(2): 265~278
- [8] Mandelbrot B B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Company, 1983
- [9] Zhu X H, Cai Y L, Yang X C. On fractal dimensions of China's coastlines. *Mathematical Geology*, 2004, 36(4): 447~461
- [10] 艾南山, 陈嵘, 李后强. 走向分形地貌学. *地理学与国土研究*, 1999, 15(2): 92~96
- [11] Batty M. Cities as fractals: Simulating growth and form. In: Earnshaw R A, Jones H. *Fractals and Chaos*. Cilly A J. New York: Springer - Verlag, 1991. 43~69
- [12] 朱晓华, 曹云刚, 杨秀春. 中国长江、黄河水系长度的分形标定. *人民长江*, 2006, 37(4): 75~76
- [13] Richardson L F. The problem of contiguity: An appendix of 'Statistics of deadly quarrels'. *General Systems Year-book*, 1961, 6: 139~187
- [14] 陈彦光. 分形城市系统: 标度、对称和空间复杂性. 北京: 科学出版社, 2008
- [15] Barrow J D. *The Artful Universe*. New York: Oxford University Press, 1995
- [16] Takayasu H. *Fractals in the Physical Sciences*. Manchester: Manchester University Press, 1990
- [17] Turcotte D L. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics (2nd)*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997
- [18] Lee T D. *Symmetries, Asymmetries, and the World of Particles*. Seattle and London: University of Washington Press, 1988
- [19] Mandelbrot B B. Fractal geometry: What is it, and what does it do? *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical and Physical Sciences*, 1989, 423 (1864): 3~16
- [20] Batty M, Longley P A. *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function*. London: Academic Press, 1994
- [21] 陈彦光, 李后强. 城市空间体系的 Koch(分形)模式——对中心地学说的一种可能的修正. *经济地理*, 1994, 14(3): 10~14
- [22] 叶大年. *地理与对称*. 上海: 上海科技教育出版社, 2000
- [23] 叶大年, 赫伟, 李哲, 等. *城市对称分布与中国城市化趋势*. 合肥: 安徽教育出版社, 2011



## How large is the total land area of China ?

CHEN Yan-guang

(Department of Geography, College of Urban and Environmental Sciences,  
Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** What on earth is the size of China's land area in total? No person can answer this question. Indeed, this paper tries to discuss the scale dependency of geographical area measurement rather than the total area of Chinese land. In theory, a country bordering on oceans can be divided into two parts. The main land can be modeled with Koch's island, and the islands and islets in the marginal seas can be described with the Pareto distribution. The Koch island model suggests that the boundary line of the land area is a fractal line, while Pareto's law suggests that the size distribution of islands and islets in an ocean is of scaling invariance. A coastline, consisting of bays and headlands, has irregularity at a certain degree, which was discussed by B. B. Mandelbrot in his fractal works. On the other hand, an archipelago is made up of many islands and islets. Zoom in on a smaller portion and it, in turn, will be composed of smaller islands and islets. The distribution of islands and islets does not change with distance. In technical terms, the archipelago is said to be of self-similarity at different scales, that is, it is a fractal set of random phenomena.

A fractal is based on a form of symmetry with scale invariance under contraction or dilation. The scale invariance is known as dilation symmetry or scaling symmetry. Symmetry implies some kind of immeasurable quantity. Because of scaling symmetry, the length of coastline, the area of a country's land, and so on, cannot be well and truly measured. Measuring the area of a country from space will give a lower total than measuring it from 100 meters away, because of the extra detail at a larger scale. As the scale gets finer, more details (smaller islands or islets) can be picked up. The inevitable conclusion is that the total area of the country appears to increase indefinitely. This is just the scale-dependency of geographical measurements. The essence of land area is similar to that of the coastline length. The result (area or length) depends on the scale at which you make the measurement. Therefore, the land area data of different sources is not always comparable due to different sizes of yard measure, different scales of digital maps and different resolutions of geographical images.

**Key words:** scaling symmetry; fractal line; scale dependency; land area; Koch island; Pareto distribution; political geography; China